

На правах рукописи

*Карпунин*

**Карпунин Иван Эдуардович**

**ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА МНОГОФАЗНЫХ  
СИСТЕМ ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЛОЖНЯЮЩИХ ФАКТОРОВ**

1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2022

Работа выполнена на кафедре физики и технологии Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет» (ФГБОУ ВО ПГГПУ), г. Пермь.

Научный руководитель: **Козлов Виктор Геннадьевич**, доктор физико-математических наук, профессор.

Официальные оппоненты: **Демин Виталий Анатольевич**, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретической физики ФГАОУ ВО "Пермский государственный национальный исследовательский университет", г. Пермь;

**Рыжков Илья Игоревич**, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела Вычислительной физики Обособленного подразделения ФГБНУ ФИЦ КНЦ СО РАН "Институт вычислительного моделирования СО РАН", г. Красноярск.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук", г. Новосибирск.

Защита состоится **27 октября 2022 г.** в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук" (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт: [www.icmm.ru](http://www.icmm.ru).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » сентября 2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, доцент

 / А.Л. Зуев

## **Общая характеристика работы**

**Актуальность и степень разработанности темы исследования.** В настоящее время большое внимание исследователей уделяется задачам вибрационной гидромеханики, в которых изучаются влияния осциллирующих сил на динамику неоднородных по плотности гидродинамических систем. Особый интерес вызывают задачи о динамике фазовых включений в жидкости, а именно возможность управления и позиционирования во вращающейся или вибрирующей полости. Данный интерес связан напрямую с вопросами эффективной очистки от примеси жидкостей, интенсификации перемешивания, активизации сепарационных процессов. Также интерес представляет изучение влияния вибраций на границу раздела жидкостей ввиду решения большого спектра прикладных задач. Основным интерес в данном случае представляет добыча углеводородов, однако во многих технологических процессах на производствах так или иначе встречается осцилляционная динамика границы раздела, как смешивающихся, так и несмешивающихся жидкостей.

**Целью** диссертационной работы является экспериментальное изучение «вибрационной» динамики многофазных систем при действии осложняющих факторов: вращения, неоднородности свойств жидкости.

**Задачи** исследования:

- экспериментальное изучение вибрационной динамики легкого длинного цилиндрического тела в заполненном жидкостью горизонтальном цилиндре;
- исследование динамики двухфазной системы, пара несмешивающихся жидкостей и твердого тела в жидкости при вибрациях с частотой вращения полости;
- изучение динамики тяжелого цилиндрического тела в цилиндрической полости с жидкостью при модуляции скорости вращения; определение зависимости от безразмерной частоты модуляции величины подъемной силы и механизма, определяющего ее значение;
- экспериментальное исследование динамики осциллирующей границы раздела двух жидкостей с высоким контрастом вязкости в радиальной ячейке Хеле–Шоу.

**Научная новизна.** Изучена осредненная динамика легкого длинного цилиндрического тела в заполненном жидкостью горизонтальном вращающемся цилиндре в случаях, когда колебания тела относительно полости возбуждаются внешним статическим полем либо перпендикулярными оси вращения поступательными вибрациями. Исследована динамика двухфазной системы (пара несмешивающихся жидкостей и твердое тело в жидкости) при вибрациях с частотой вращения полости. Обнаружен эффект стационарного смещения включения с оси вращения. Показана возможность вибрационного управления фазовым включением в равномерно вращающейся полости. Рассмотрена динамика тяжелого цилиндрического тела в цилиндрической полости с жидкостью при модулированном вращении. Обнаружено определяющее значение безразмерной частоты либраций в величине коэффициента подъемной силы, действующей на тяжелое тело и приводящей к отрыву тела

от стенки полости. Впервые изучена динамика осциллирующей границы раздела двух жидкостей с высоким контрастом вязкости в радиальной ячейке Хеле–Шоу. Обнаружен и исследован новый тип неустойчивости, проявляющийся в возникновении «пальчиковых» структур на межфазной границе в фазе вытеснения вязкой жидкости с повышением амплитуды ее радиальных колебаний. Показано, что неустойчивость имеет квазистационарную природу и по типу аналогична неустойчивости Саффмана – Тейлора.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Ясность в специфике процессов, протекающих в многофазных системах при действии осложняющих факторов, важна с позиции применимости в производственных и технологических процессах. В частности, возможность управления положением фазового включения (легкого или тяжелого) в полости за счет переменного осциллирующего поля может быть использована для активации перемешивания или для сепарации. Описанные в работе механизм стабилизации (другими словами, выравнивания) межфазной границы и новый обнаруженный тип квазистационарной неустойчивости по типу Саффмана – Тейлора имеют широкий прикладной интерес в нефтедобыче и технологических процессах, протекающих в пористых средах. Выполненные экспериментальные исследования вносят важный вклад в развитие теории вибрационной гидромеханики.

**Методы и методология диссертационного исследования.** Решение поставленных задач осуществляется проверенными апробированными экспериментальными методами с использованием современных устройств: высокоскоростная камера, шаговый двигатель с контроллером вращения, твердотельный лазер, вибростенд. Обработка экспериментальных данных производится с помощью специализированных программ. Экспериментальное исследование структуры течения в полости осуществлялось методом цифровой трассерной визуализации (PIV–метод).

**Основные положения, выносимые на защиту.**

- Колебания неоднородных по плотности многофазных систем, вызываемые полем силы тяжести во вращающейся вокруг горизонтальной оси полости, являются источником осредненных эффектов (в частности, дифференциального вращения), которые определяются скоростью вращения и параметрами системы.
- Вибрации вращающейся полости с многофазной системой возбуждают инерционные колебания последней и вносят вклад в осредненную динамику фазовых включений. Эффект определяется безразмерными параметрами: частотой и амплитудой вибраций.
- Вибрации вращающейся полости с частотой вращения приводят к модификации центробежного силового поля и могут быть использованы для вибрационного управления многофазными системами.
- Модулированное вращение полости с жидкостью и твердым тяжелым телом генерирует осредненную подъемную силу, приводящую к отрыву тела от стенки полости; коэффициент подъемной силы зависит от безразмерной частоты либраций.

- Колебания границы раздела жидкостей с высоким контрастом вязкости в щелевом зазоре приводят к проявлению нового типа квазистационарной неустойчивости, порог возбуждения которой определяется амплитудой колебаний межфазной границы.

**Достоверность результатов** исследования подтверждается использованием апробированных экспериментальных методик сбора и обработки данных. Экспериментальный и теоретический подходы к рассмотрению проблем и сравнением с результатами других авторов гарантируют точность результатов.

**Апробация результатов.** Результаты исследования были представлены на следующих конференциях: Всероссийская конференция, посвященная памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2016, 2018, 2019, 2020); Международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2016, 2018); Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах» в рамках Пермского Естественнонаучного Форума (Пермь, 2017, 2021); Зимняя школа по механике сплошных сред. ИМСС УрО РАН (Пермь, 2017, 2019, 2021); XXIII Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Звенигород, 2018); XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019); VII Всероссийская конференция с участием зарубежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения» (Красноярск, 2020). Работа выполнена при поддержке: проекта Российского научного фонда № 14-11-00476; Ведущей научной школы № НШ-9176.2016.1; проекта Министерства образования и науки РФ 3.9053.2017/БЧ.; проекта Российского научного фонда № 18-71-10053; Российского Фонда Фундаментальных исследований (проект 17-41-590773, проект 18-31-00363, проект 20-41-596011); Правительства Пермского края (грант для ведущей научной школы С-26/1191); Правительства Пермского края (грант для международных исследовательских групп С-26/174.9).

**Публикации.** Полученные результаты опубликованы в 29 работах, включая 6 статей в журналах из списка ВАК [1-6] (индексированы в WOS/SCOPUS), 14 статей в сборниках научных статей и трудах конференций (индексированы в РИНЦ) и 9 тезисов докладов.

**Личный вклад автора.** Диссертантом совместно с научным руководителем спроектированы и сконструированы экспериментальные установки. Экспериментальные исследования и обработка результатов, описанные в главах 1, 2, 4, выполнены лично диссертантом. Эксперименты и обработка данных 3 главы проведены совместно с к.ф.-м.н. Власовой Ольгой Андреевной. Обсуждение результатов, теоретический анализ и написание научных публикаций осуществлялись совместно с научным руководителем и соавторами.

**Структура и объем работы.** Основной текст работы состоит из введения, четырех содержательных глав, заключения и списка литературы. Диссертация

ция содержит 120 страниц текста, включая 56 фигур, а также список литературы из 112 источников.

Во **введении** представлен обзор литературы по теме диссертации, обозначены цель и задачи исследования, ее новизна, научная значимость.

**Первая глава** включает в себя результаты систематического исследования динамики цилиндрического тела относительно большой длины во вращающейся цилиндрической полости при перпендикулярных оси вращения вибрациях.

В п.1.1 рассмотрено поведение тела в отсутствие вибраций. Приведено описание экспериментальной установки и методики исследований. Эксперименты проводятся в цилиндрической кювете, изготовленной из оргстеклянной трубы с прозрачной торцевой крышкой. Длина полости  $L_1 = 280$  мм, внутренний радиус  $R_1 = 35.0$  мм. Длина и радиус тела:  $L_2 = 245$  мм,  $R_2 = 20.0$  мм. Плотность тела составляет  $\rho_s = 0.88$  г/см<sup>3</sup>. Рабочей жидкостью является вода,  $\rho_L = 1.0$  г/см<sup>3</sup>. Кювета приводится во вращение шаговым двигателем. Скорость вращения кюветы изменяется в диапазоне  $f_r = 0 - 9.75$  об/с. Исследования проводятся при  $f_r \geq 4.88$  об/с, что соответствует центрифугированному состоянию системы. Наблюдение за поведением тела, а также его фото- и видеорегистрация проводятся со стороны прозрачного торца кюветы при непрерывном освещении. Высокоскоростная видеозапись выполняется высокоскоростной камерой Optronis CamRecord CL600x2. Для изучения динамики тела проводится покадровая обработка видеозаписей и определяется скорость вращения тела в лабораторной системе отсчета  $f_s$  и в системе отсчета полости – скорость дифференциального вращения  $\Delta f = f_s - f_r$ . Для всего диапазона  $f_r$  вращение тела является отстающим по отношению к полости. С повышением скорости вращения полости интенсивность отстающего вращения понижается. В зависимости от скорости вращения полости поведение тела имеет различный характер и происходит смена режимов колебаний тела. При увеличении частоты вращения полости вначале наблюдаются двумерные колебания тела: динамика тела характеризуется его стационарным смещением относительно оси вращения полости и колебаниями относительно собственного среднего положения. Величина смещения относительно собственного среднего положения тела –  $b_1$ , а стационарное смещение тела относительно оси вращения полости –  $b_2$ . При некотором значении  $f_r$  дифференциальная скорость вращения тела скачком изменяется, что сопровождается появлением прецессионных колебаний. При понижении  $f_r$ , области с данным типом движения не обнаружено. При повышении скорости вращения полости сверх  $f_r > 8.12$  об/с наблюдается только стационарное смещение тела. В пределах точности эксперимента, как радиальный сдвиг, так и дополнительные колебания являются двумерными, т.е. поперечными. Между прямым и обратным ходом по  $f_r$  есть гистерезис, обусловленный отличием амплитуды колебания тела.

В п. 1.2 представлены результаты изучения динамики легкого тела при перпендикулярных оси вращения поступательных вибрациях. Экспериментальная кювета в сборе помещается на столик вибростенда. Частота вибрации варьируется в диапазоне  $f_{vib}=0-7$  Гц, амплитуда поддерживается неизменной и составляет  $A_{vib}=10.0\pm 0.5$  мм. Исследование влияния вибраций на динамику тела проводится при определенной скорости вращения полости,  $f_r=4.88$  об/с. Данная частота вращения соответствует центрифугированному состоянию тела. Скорость дифференциального вращения тела изменяется различными способами, в зависимости от задаваемой частоты вибрации (рис. 1). На графике относительная частота вибрации  $f_{vib}/f_r$  отложена вдоль оси абсцисс, относительная скорость дифференциального вращения тела при вибрационном воздействии отложена вдоль оси ординат. Единицей измерения является дифференциальная скорость вращения тела в поле силы тяжести  $|\Delta f_g|=2.22$  об/с при  $f_{vib}=0$  Гц. Сравнение результатов, полученных при прямом ходе по частоте  $f_{vib}/f_r$  (светлые символы) и обратном (темные символы), выявляет узкие области гистерезиса при переходах из одного режима движения в другой. В целом, дифференциальная скорость вращения тела возрастает с повышением частоты вибраций. За исключением двух точек  $f_{vib}/f_r=0.41$  и  $0.82$ , в которых  $\Delta f/|\Delta f_g|$  скачком понижается.

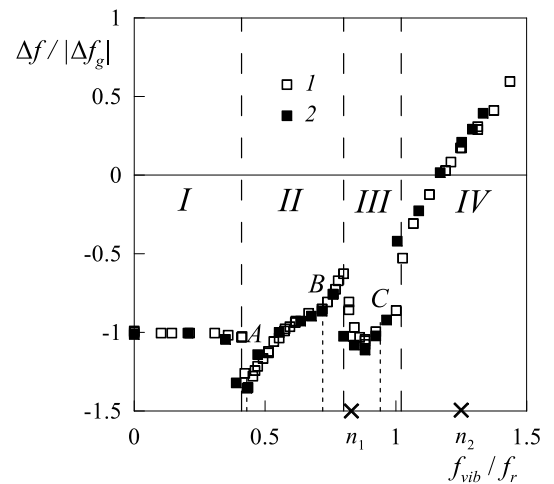


Рис. 1. Зависимость относительной дифференциальной скорости вращения тела от относительной частоты вибраций

Для цилиндрического тела, согласно теории, можно вычислить собственные частоты азимутальных колебаний. Учитывая относительную плотность и относительный радиус, получили следующие значения для условий эксперимента:  $n_1=0.83$  для отстающих колебаний тела и  $n_2=1.25$  для опережающих. Наблюдения свидетельствуют, что при изменении  $f_{vib}/f_r$  происходит смена режимов движения цилиндрического тела в полости. Исследованный интервал частот можно разделить на четыре характерные области. И в случае прямого хода, и в случае обратного хода в области I (см. рис. 1) при  $f_{vib}/f_r=0-0.41$  вибрации не влияют на величину  $\Delta f/|\Delta f_g|$  и поведение тела полностью определяется действием поля силы тяжести. В области II (рис. 2, а, точки 3) поведение тела характеризуется монотонным увеличением дифференциальной скорости вращения тела наряду с изменением типа движения: тело занимает не стационарное положение, смещенное относительно оси вращения полости (или слегка колеблющееся, относительно этого среднего положения) в лабораторной системе, а совершает круговые колебания относительно некоторого смещенного положения от оси вращения полости.

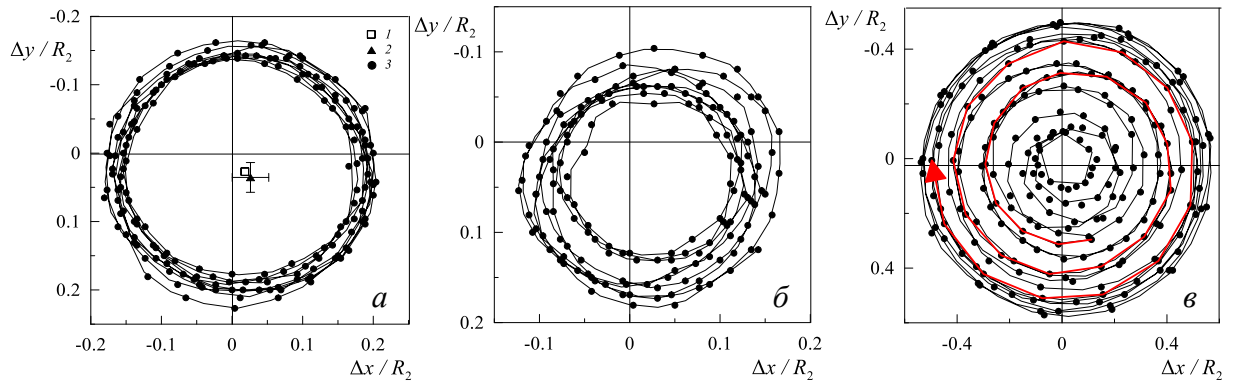


Рис. 2. Среднее положение центра тела: (а) в отсутствие вибраций (1) и при  $f_{vib} / f_r = 0.31$  (2); траектория, описываемая центром тела в системе отсчета столика вибростенда при  $f_{vib} / f_r = 0.80$  (3);  $f_{vib} / f_r = 0.88$  (б);  $f_{vib} / f_r = 1.25$  (в)

В области III (см. рис. 1) траектория орбиты тела относительно оси вращения полости является более сложной (рис. 2,б) и движение сопровождается уменьшением дифференциальной скорости вращения (отставание становится сильнее). Основная особенность заключается в том, что колебания тела с частотой вибрации становятся заметно модулированными. При  $f_{vib} / f_r > 1.02$  (область IV) торцы тела двигаются по спирали, периодически приближаясь к оси вращения полости и удаляясь от нее (рис. 2,в). Наблюдения в боковой проекции показывают, что такая траектория связана с прецессией тела. Наряду с круговыми колебаниями тела с частотой вибраций относительно среднего положения прецессия вызывает низкочастотные высокоамплитудные колебания концов тела. Математически это эквивалентно модуляции круговых колебаний. При понижении частоты вибраций области с характерными режимами движения тела воспроизводятся в обратном порядке, границы этих областей могут незначительно изменяться.

В п. 1.3 проведен анализ экспериментальных результатов. Несмотря на небольшую амплитуду колебаний, скорость дифференциального вращения тела оказывается на порядок выше, чем предсказывает теория: при  $f_r = 4.88$  об/с значение скорости дифференциального вращения тела составляет  $\Delta f / f_r = -0.46$  в эксперименте по сравнению с расчетным,  $\Delta f / f_r = -0.052$ . Помимо колебаний с частотой  $\Delta f / f_r$  при  $f_r = 4.88$  об/с тело совершает дополнительные колебания относительно среднего положения, не совпадающего с осью вращения полости. Причиной такого расхождения могут быть трехмерные колебания, которые не учитываются в теории и проявляются наиболее сильно при большой относительной длине тела. Так, теория предполагает только стационарное радиальное смещение тела, без колебаний относительно среднего смещенного положения. Вибрации осложняют динамику тела, возбуждая колебания с другими частотами. Фурье-анализ колебаний тела позволяет построить карту спектральной плотности колебаний (распределение частоты и амплитуды) в зависимости от частоты вибраций (рис. 3). В качестве единицы измерений частоты вибраций и частоты колебаний тела выбрана скорость вращения полости  $f_r = 4.88$  об/с. Штрих-пунктирной ли-



нией на графике обозначено отношение  $f / f_{vib} = 1$ , которое соответствует вынужденным колебаниям тела, когда частота его колебаний совпадает с частотой вибраций.

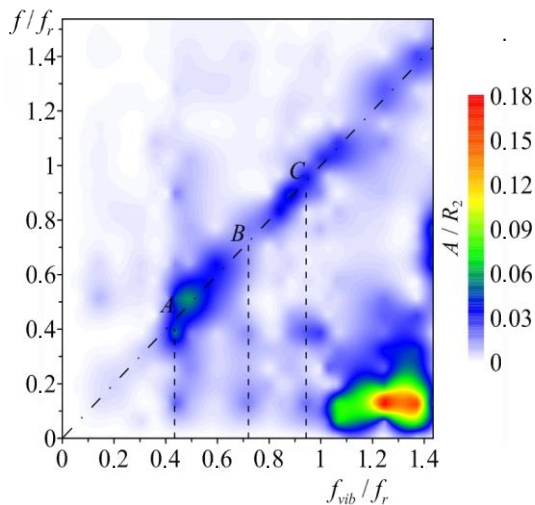


Рис. 3. Карта спектральной плотности безразмерной частоты колебаний тела в зависимости от  $f_{vib} / f_r$ . Цвет характеризует амплитуду спектра колебаний  $A$

не зависит от частоты  $f_{vib} / f_r$ . Первая мода характеризует трехмерные прецессионные колебания тела, которые наиболее отчетливо проявляются при  $f_{vib} / f_r > 1.02$ . При данном значении генерируется сильное опережающее поворот дифференциальное вращение тела, сопровождаемое круговыми и прецессионными колебаниями большой амплитуды. Вторая мода аналогична первой, но колебания сопровождаются усилением отстающего или опережающего дифференциального вращения тела. Данная мода, вероятно, отвечает за смену режимов колебаний тела и значение скорости  $\Delta f / |\Delta f_g|$ . Опираясь на карту, можно сделать вывод, что именно прецессионный тип колебаний проявляется при более низких частотах вибраций  $f_{vib} / f_r$ :  $A - 0.43$ ,  $B - 0.72$ ,  $C - 0.94$ . Сравнивая карту спектральной плотности с графиком для  $\Delta f / |\Delta f_g|$  (см. рис. 2), видим, что эти частоты находятся вблизи точек изменения режимов поведения тела

**Во второй главе** рассмотрено влияние поступательных вибраций большой амплитуды на динамику легкого тела в жидкости или системы двух несмешивающихся жидкостей, помещенных во вращающуюся цилиндрическую полость. Эксперименты проведены в условиях, когда под действием центробежной силы легкая фаза располагается вблизи оси вращения. При этом частота вибраций близка к частоте вращения полости, а направление вибраций перпендикулярно оси вращения. Показано, что при совпадении частот  $f_r$  и  $f_{vib}$  поступательные вибрации приводят к созданию стационарного силового

Видно, что при  $f_{vib} / f_r < 0.4$  вибрационное воздействие не оказывает существенного влияния на поведение тела: круговые колебания тела имеют малую амплитуду и на спектральной карте практически нет явных пиков. При этом,  $\Delta f$  тела определяется только его радиальным смещением под действием силы тяжести:  $\Delta f / |\Delta f_g| \approx -1$ . Круговые колебания тела, возбуждаемые при  $f_{vib} / f_r = 0.43$ , имеют наибольшую амплитуду и сохраняются вплоть до максимально заданной  $f_{vib} / f_r$ . Помимо круговых колебаний возбуждаются несколько других колебательных мод. Наиболее заметны моды с частотами  $f / f_r = 0.12$  и  $0.39$ . Значение их частот

поля в системе отсчета полости, что эквивалентно параллельному переносу оси вращения полости на расстояние, равное половине амплитуды вибраций.

В п.2.1 приведено описание экспериментальных установок и методики проведения эксперимента. Размеры рабочей полости составляют: длина  $L_1 = 26.5$  см (в случае тела) и  $L_1 = 13.5$  см (с двумя жидкостями), внутренний радиус  $R_1 = 3.5$  см. Твердое тело (полое) изготовлено из капролона, имеет длину  $L_2 = 24.5$  см, радиус  $R_2 = 2.0$  см и плотность  $0.88$  г/см<sup>3</sup>. Длина столба легкой жидкости  $L_3 = 13.5$  см, а радиус изменяется в диапазоне  $R_3 = 0.7 - 2.3$  см. Радиусы полости и включений подобраны таким образом, чтобы иметь была возможность изменять амплитуды вибраций системы в большом диапазоне. Для твердого фазового включения параметры проведения экспериментов следующие:  $f_r = f_{vib} = 5 - 7$  Гц, амплитуда вибраций  $A_{vib} = 0 - 3.0$  см. Для жидкостного:  $f_r = f_{vib} = 5.75 - 7.75$  Гц и  $A_{vib} = 0 - 1.5$  см. Допустимая амплитуда вибраций оказалась ниже, чем для твердого тела, по причине возникновения волн на границе раздела двух жидкостей, что приводит к разрушению устойчивого центрифугированного состояния столба легкой жидкости.

В п.2.2 исследуется влияние вибраций с частотой  $f_{vib} = f_r$  для системы с легким твердым телом при изменении частоты вращения, с учётом действия поля силы тяжести и силы инерции. В отсутствие вибраций под действием силы тяжести тело смещается вдоль радиуса, и скорость его дифференциального вращения  $\Delta f < 0$ . Воздействие вибраций с частотой, близкой к частоте вращения, вызывает двумерные круговые колебания тела, которые суммируются со стационарным смещением, вызванным действием поля тяжести. Тело совершает круговые колебания по траектории радиуса  $b_1$  относительно среднего положения, смещенного с оси вращения полости на величину  $b_2$ . Это означает, что тело совершает как азимутальное, так и радиальное движение одновременно вращаясь вокруг своей оси. Качественно можно различить два типа движения тела. Выбор между ними не зависит от частоты вращения полости (вибраций) и определяется амплитудой вибраций. Первый тип характерен для амплитуд вибраций  $A_{vib} < 1.5$  см. Траектория, описываемая центром торца тела, характеризуется периодическим изменением ее радиуса  $b_1$ . Второй тип движения тела наблюдается при увеличении амплитуды вибраций и, соответственно, росте вибрационного ускорения. При этом тело движется по траектории с постоянным радиусом  $b_1$ . В системе отсчета, вращающейся вместе с полостью, легкое тело занимает устойчивое положение на расстоянии  $b_1$  от оси вращения. Относительно него тело совершает колебания малой амплитуды  $b_2$ . Угловая координата тела по отношению к вращающейся полости не изменяется со временем. В системе отсчета, связанной со столиком вибрационного стенда, наблюдается стационарное смещение тела от оси полости, а в предельном случае, когда  $b_1 = R_1 - R_2$ , тело соприкасается со стенкой кюветы.

В п.2.3 рассмотрено влияние вибраций с частотой  $f_{vib} = f_r$  на систему двух несмешивающихся жидкостей. В центрифугированном состоянии легкая жидкость сконцентрирована у оси вращения полости в виде ровного столба. Колебания с частотой  $f_{vib}/f_r \approx 1$  приводят к радиальному стационарному смещению столба легкой жидкости во вращающейся системе отсчета. Геометрический центр столба перемещается с той же угловой частотой, что и полость. При некотором пороговом значении  $A_{vib}$  граница раздела теряет устойчивость, что приводит к появлению центробежных волн, в то время как ось столба сохраняет неподвижное положение во вращающейся системе отсчета. Наблюдаются два основных режима распространения волн. Первый режим характеризуется возбуждением азимутальной волны. Вторым режимом характеризуется одновременным существованием осевых и азимутальных волн. При дальнейшем повышении  $A_{vib}$  нарушается устойчивость (целостность) границы раздела, однако это не влияет на среднее положение оси столба легкой жидкости.

Анализ результатов в п.2.4 показывает, что исследуемая система может быть описана следующими основными эффектами: стационарное радиальное смещение и колебания легкого фазового включения (твердого и жидкостного), волны на границе раздела жидкостей, дифференциальное вращение твердого тела или границы раздела жидкостей. Последнее обусловлено осредненным течением, генерируемым колебаниями жидкости. Радиальное смещение включения можно объяснить преобразованием центробежного поля при вибрациях с частотой, равной частоте вращения. В неинерциальной системе, совершающей поступательные колебания вместе с осью, на жидкость действует инерционное силовое поле,  $\mathbf{a} = -\ddot{\mathbf{r}} = A_{vib} \Omega_{vib}^2 \cos(\Omega_{vib} t) \mathbf{i}'$  которое может быть разложено в сумму двух силовых полей  $\mathbf{a} = \mathbf{a}^+ + \mathbf{a}^-$ , вращающихся в противоположных направлениях. При  $\Omega_{vib} = \Omega_r$  одна из компонент инерционного силового поля ( $\mathbf{a}^+$ ) оказывается неподвижной в системе отсчета полости и складывается со статическим в системе отсчета полости центробежным полем. Вторая компонента ( $\mathbf{a}^-$ ) совершает вращение с удвоенной частотой. Результирующее силовое поле, формирующееся в результате сложения однородного силового поля и осесимметричного центробежного поля  $\Omega_r^2 r$  в системе отсчета полости, является осесимметричным с осью симметрии, смещенной от оси вращения на расстояние  $A_{vib} / 2$ . Экспериментальные значения безразмерного смещения относительно оси вращения полости фазового включения (рис. 4) свидетельствуют о том, что отношение  $b_1 / A_{vib} \approx 0.5$  сохраняется во всех экспериментах и не зависит от того, какого рода легкое включение исследуется. Данное отношение не зависит от значений  $f_r$  и  $f_{vib}$  при условии, что выполняется соотношение  $f_r / f_{vib} \approx 1$ . Для двухжидкостной системы, при вариации относительного заполнения полости лёгкой

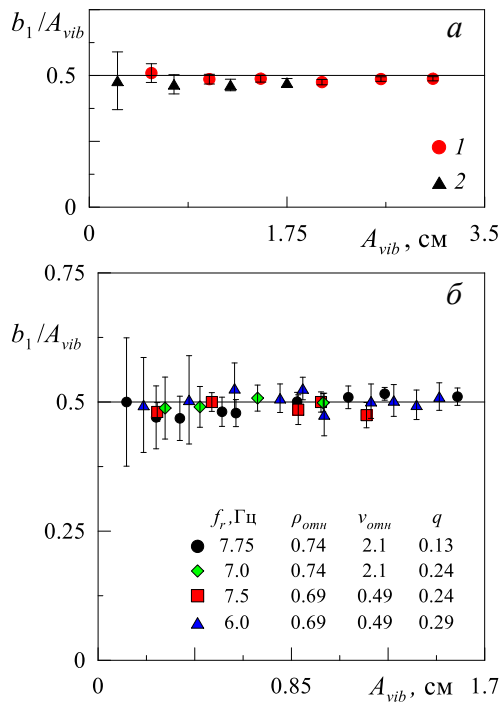


Рис. 4 Зависимость  $b_1/A_{vib}$  от амплитуды вибраций: твердое тело (а) при  $f_r = f_{vib} = 5$  Гц (1), 7 Гц (2); столб легкой жидкости (б)

носительная амплитуда модуляции скорости вращения полости, которая определяет максимальное отклонение  $\Omega$  от  $\Omega_r$ . Параметры эксперимента лежат в следующих диапазонах:  $\Omega_r = 25.1 - 44.0$  рад/с,  $\Omega_{lib} = 25.1 - 75.4$  рад/с,  $\varepsilon = 0 - 1$ . Рабочая полость 1 организована цилиндрической выборкой радиусом  $R = 30.0$  мм и длиной  $L = 74.0$  мм. Прямоугольные внешние границы кюветы позволяют уменьшить оптические искажения на поверхности цилиндрической полости при исследовании течений внутри нее. Геометрические размеры тяжелого цилиндрического тела 2: радиус  $r = 3.9$  мм, длина  $l = 58.0$  мм. В экспериментах используются цилиндры с различным распределением массы вдоль радиуса: полнотельный цилиндр из плексигласа, толстостенный цилиндр из фторопласта (с отверстием диаметром 5.3 мм вдоль оси) и цилиндр из плексигласа с алюминиевым стержнем на оси (диаметр стержня 1.5 мм). Плотности цилиндров  $\rho_S$  соответственно равны 1.18, 1.26 и 1.29 г/см<sup>3</sup>. В качестве рабочей жидкости используется водный раствор глицерина, вязкость которого изменяется в широком диапазоне значений,  $\nu = 5.1 - 575.0$  сСт. С целью минимизации влияния поля силы тяжести на эффект отрыва тела от внутренней стенки полости при модулированном вращении, плотность жидкости подбирается близкой к

жидкостью  $q$ , относительной плотности  $\rho_{omn}$  и отношения вязкостей  $\nu_{omn}$ , величина  $b_1/A_{vib}$  остается неизменной (рис. 4, б).

**Третья глава** посвящена экспериментальному изучению динамики тяжелого цилиндрического тела в горизонтальной заполненной жидкостью цилиндрической полости, совершающей модулированное вращение.

В п.3.1 дано описание экспериментальной установки и методики исследования. Угловая координата горизонтальной цилиндрической полости 1 (рис. 5) изменяется со временем по закону  $\varphi = \Omega_r t + \varphi_0 \sin \Omega_{lib} t$ . Выражение  $\varphi_0 \sin \Omega_{lib} t$  характеризует периодическое изменение угловой координаты с частотой  $\Omega_{lib} = 2\pi f_{lib}$  и амплитудой  $\varphi_0$ . Полость вращается с угловой скоростью  $\Omega = \Omega_r (1 + \varepsilon \cos \Omega_{lib} t)$  относительно горизонтальной оси, где  $\Omega_r = 2\pi f_r$  – средняя скорость вращения полости,  $\varepsilon = \varphi_0 \Omega_{lib} / \Omega_r$  –

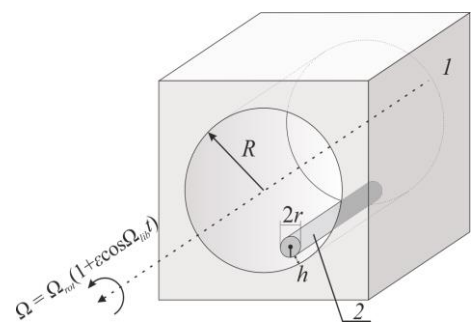


Рис. 5. Схема кюветы с телом

средней плотности тела  $(\rho_S - \rho_L)/\rho_L \ll 1$ . Здесь  $\rho_S$  – средняя плотность тела,  $\rho_L$  – плотность рабочей жидкости. Относительная плотность  $\rho = \rho_S/\rho_L$  в экспериментах поддерживается близкой к единице и изменяется в диапазоне  $\rho = 1.02 - 1.10$ . В экспериментах исследуется случай центрифугированного состояния системы, когда тяжелый цилиндр лежит на стенке полости. Определяются амплитуда азимутальных колебаний полости  $\varphi_0$  и тела  $\varphi_b$  в системе отсчёта, равномерно вращающейся со скоростью  $\Omega_r$ , амплитуда вращательных колебаний тела  $\alpha_b$  и зазор  $h$  между телом и стенкой полости.

В п.3.2 приведены результаты исследования характера и амплитуды колебаний цилиндрического тела в зависимости от безразмерной частоты либраций  $\omega = \Omega_{lib} 4r^2 / \nu$ . Периодическое изменение скорости вращения кюветы вызывает азимутальные колебания тела относительно кюветы, в результате которых генерируется осредненная подъемная сила, отталкивающая тело от стенки полости. Помимо азимутальных колебаний цилиндр совершает вращательные колебания относительно своей оси. В исследованной области параметров с увеличением амплитуды модуляции скорости вращения полости увеличивается и амплитуда азимутальных колебаний тела в системе отсчета столба жидкости, равномерно вращающегося со скоростью  $\Omega_r$  за пределами пограничного слоя Стокса. При фиксированном значении  $\varepsilon$  для всех  $\omega$  характерно уменьшение  $\varphi_b$  с увеличением безразмерной частоты. Это связано с истончением вязкого пограничного слоя при увеличении  $\omega$ , что приводит к снижению интенсивности вязкого взаимодействия тела со стенкой полости. Помимо азимутальных колебаний цилиндр совершает вращательные колебания относительно своей оси с амплитудой  $\alpha_b$ , в том числе и после отрыва от стенки. Вращательные колебания тела происходят синфазно с азимутальными. Для всего диапазона исследуемых безразмерных частот характерно увеличение амплитуды вращательных колебаний тела с ростом  $\varepsilon$  тем интенсивней, чем меньше безразмерная частота  $\omega$ .

В п.3.3 рассматривается структура осредненного течения в полости при неравномерном вращении. При модуляции скорости вращения (в отсутствие тела) в центральной части полости генерируется отстающее азимутальное движение жидкости, а у стенки – опережающее (рис. 6,а). Это происходит в силу нелинейных эффектов в пограничных слоях Экмана вблизи торцевых стенок полости. Структуры течений получены в системе отсчета равномерно вращающейся полости. С повышением амплитуды модуляции скорости вращения полости структура не меняется, а интенсивность возрастает. Наличие тяжелого цилиндрического включения практически не влияет на структуру осредненного течения в передней части полости ввиду малого относительного размера (рис. 6,б). В случае высоких безразмерных частот генерируются несимметричные вихри за пределами вязкого слоя вблизи тела (рис. 6,в). Асимметрия вызвана влиянием стационарного потока жидкости над цилиндром. В данном случае вихри расположены по обеим сторонам от



тела, а их размер сравним с диаметром твердого тела. В низкочастотном случае размер вихрей превосходит диаметр тела (рис. 6,2) и тело практически целиком находится в вязком пограничном слое. Часть цилиндра, выходящая за пограничный слой, генерирует вихри, размер которых превышает размер цилиндра. Вихри локализируются над цилиндром и сильно искажают структуру течения, подавляя отстающее течение жидкости в центре полости. Как и в высокочастотном случае с увеличением амплитуды модуляции  $\varepsilon$  интенсивность вихрей усиливается, при этом сохраняется структура потоков.

В п.3.4 проводится анализ экспериментальных результатов. Во всех проведенных экспериментах тяжелое тело при повышении амплитуды модуляции скорости вращения полости отрывается от внутренней стенки полости. В качестве безразмерного параметра, отвечающего за амплитуду колебаний полости, а значит и за амплитуду колебаний тела, выступает амплитуда модуляции скорости вращения полости  $\varepsilon$ . Характерная зависимость  $h/\delta(\varepsilon)$  однотипна для всего исследованного диапазона  $\omega$ : наблюдается рост величины зазора с повышением амплитуды модуляции  $\varepsilon$ . Смещение порогового значения  $\varepsilon$ , соответствующего отрыву тела от границы полости, зависит от значения безразмерной частоты  $\omega$ . В высокочастотной области с ростом безразмерной частоты пороговое значение  $\varepsilon$  увеличивается. Обратная же ситуация наблюдается в области низких безразмерных частот  $\omega$ . Это связано с тем, что в высокочастотной области с ростом  $\omega$  толщина пограничного слоя уменьшается, т.е. вязкое взаимодействие тела со стенкой ослабевает. Подъемная сила, действующая на цилиндр, измеряется методом подвеса тела в центробежном поле, когда вес тела во вращающейся системе уравнивается подъемной силой. Измеряемый коэффициент подъемной силы, согласно [Vlasova O.A., Kozlov V.G., Kozlov N.V. J. Appl. Mech. and Tech. Phys. – 2018. – Vol.59. – №. 2. – P. 219-228], равен  $C_L = \pi r(\rho - 1) / k^2 \varepsilon^2 (R - r)$ , где  $k = \varphi_b / \varphi_0$  – относительная амплитуда

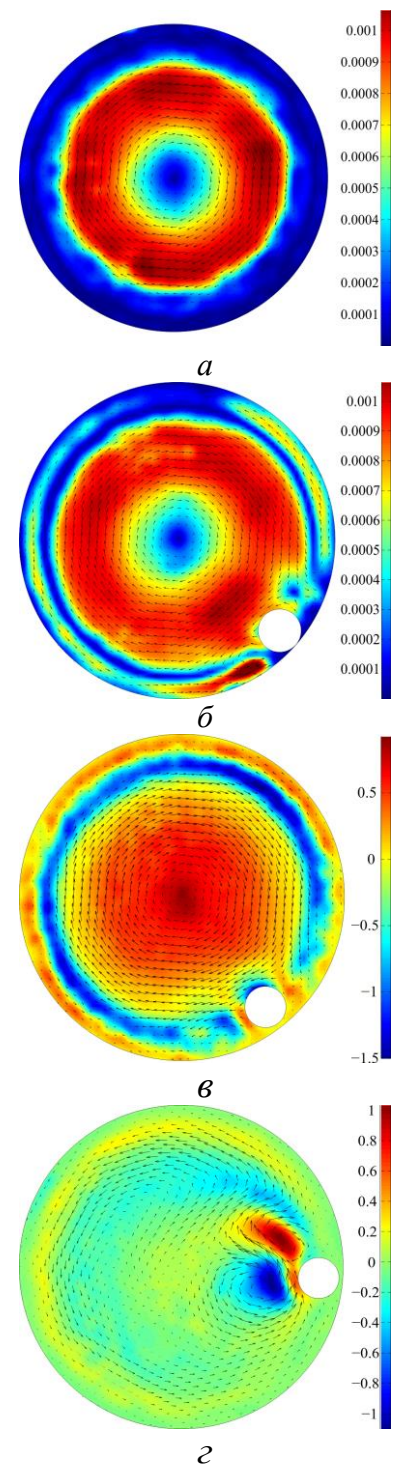


Рис. 6. Осредненная скорость потока в полости (м/с),  $\varepsilon = 0.15$  и  $\omega = 130$  (а, б). Осредненное поле завихренности (1/с) при  $\omega = 130$  (в) и  $\omega = 3$  (г).  $\Omega_r = \Omega_{lib} = 25.1$  рад/с

азимутальных колебаний тела. Совокупность экспериментальных результатов в широком диапазоне безразмерных частот показывает, что величина коэффициента  $C_L$  напрямую связана с безразмерной частотой  $\omega$  (рис. 7). Коэффициент подъемной силы монотонно понижается с уменьшением безразмерной частоты. Поскольку в определении безразмерной частоты  $\omega = \Omega_{lib} 4r^2 / \nu$  входит вязкость жидкости  $\nu$ , ключевым является взаимодействие тела с вязким пограничным слоем  $\delta$ .

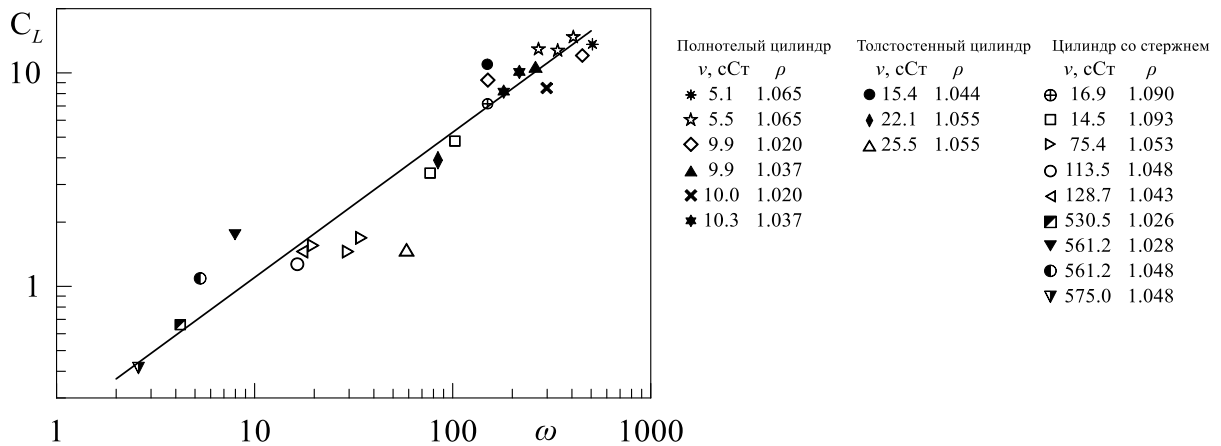


Рис. 7. Зависимость величины подъемного коэффициента от безразмерной частоты

**Четвертая глава** посвящена экспериментальному исследованию устойчивости колеблющейся границы раздела двух несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкостей в осесимметричном плоском щелевом зазоре (круговой ячейке Хеле–Шоу).

В п.4.1 описана экспериментальная установка и параметры проведенного исследования. Экспериментальная кювета представляет собой плоский радиальный слой, образованный двумя дисками 1 (рис. 8) диаметром 150 мм, изготовленными из стекла толщиной 8 мм. В центре одного из стекол имеется отверстие диаметром 10 мм для подачи маловязкой вытесняющей жидкости в заполненную вязкой жидкостью кювету. Рабочие жидкости подобраны таким образом, что плотности их близки, а вязкость отличается на несколько порядков: это подкрашенная синим красителем вода ( $\rho_w = 1.0 \text{ г/см}^3$ ,  $\eta_w = 1.0 \text{ сПз}$ ) и силиконовое масло ПМС – 1000 ( $\rho_{oil} = 0.95 \text{ г/см}^3$ ,  $\eta_{oil} = 10^3 \text{ сПз}$ ). Коэффициент межфазного натяжения на границе раздела выбранных жидкостей составляет  $\sigma = 27 \text{ дин/см}$ . Между поверхностями стеклянных дисков образуется слой толщиной  $h = 1.70 \pm 0.05 \text{ мм}$ . Регистрация границы раздела жидкостей проводится камерой Canon 600D в проходящем свете. Расход жидкостей, прокачиваемых

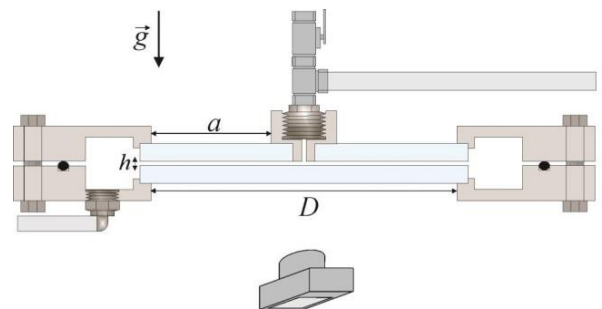


Рис. 8. Схема экспериментальной кюветы (осевое сечение)

через кювету, определяется законом  $Q = Q_{st} + Q_0 \cos \Omega t$ , где  $Q_{st}$  – постоянная составляющая,  $Q_0$  и  $\Omega$  – амплитуда и циклическая частота колебаний расхода. Насос равномерной подачи задает постоянную составляющую расхода  $Q_{st}$ , которая может варьироваться в диапазоне значений  $Q_{st} = 0 - 10$  мл/с с точностью 0.01 мл/с. Насос высокочастотной модуляции расхода прокачиваемой через кювету жидкости представляет собой короткую цилиндрическую полость, состоящую из двух камер, разделенных подвижной мембраной. Колебания мембраны задаются электродинамическим вибростендом. Амплитуда вибраций столика вибростенда, жестко соединенного со штоком насоса, варьируется в диапазоне 0.1–10.0 мм, частота – в интервале  $f_{vib} = 1 - 70$  Гц с точностью 0.01 Гц. Периодическое изменение расхода жидкости, прокачиваемой через кювету, происходит по закону  $Q = Q_0 \cos \Omega t$ , где  $Q_0 = V_0 \Omega$  – амплитудное значение расхода прокачиваемой жидкости,  $f_{vib} = \Omega / 2\pi$  – частота колебаний столика, амплитудные значения объема прокачиваемой жидкости,  $V_0 = 0 - 3$  мл. Исследования выполняются при различных начальных положениях границы раздела (расстояние до центра ячейки):  $R_0 = 17.9, 25.6, 30.6$  мм.

Поскольку для выполнения диссертационного исследования разработана конструктивно сложная экспериментальная установка, в п.4.2 приведены результаты её тестового испытания. Так, при относительно малой скорости подачи вытесняющей жидкости, в отсутствие вибраций, фронт между двумя жидкостями в течение всего процесса сохраняет форму слегка деформированной окружности. При большей скорости подачи жидкости, выше некоторой пороговой, в слое на некотором расстоянии от впускного канала происходит нарушение круговой формы межфазной границы. В ряде точек маловязкая жидкость пробивает границу раздела и далее распространяется в щелевом зазоре в виде «пальцев». Такое поведение полностью согласуется с результатами теоретических и экспериментальных исследований неустойчивости Саффмана – Тейлора, которая объясняется азимутальной неоднородностью радиального градиента давления, приводящей к быстрому росту «пальцев» маловязкой жидкости. Интересный эффект наблюдается при действии вибраций на изначально деформированную границу раздела. Под действием вибраций происходит медленное смещение основания «пальцев», при этом заметно, что их верхушки, находящиеся дальше от центра полости, практически не смещаются. При колебаниях границы раздела скорость у основания «пальцев» выше в силу неоднородного радиального распределения скорости, чем у верхушки «пальцев», что приводит к образованию почти однородной круговой границы раздела жидкостей.

В п.4.3 исследуется осцилляционная динамика границы раздела двух несмешивающихся жидкостей в радиальной ячейке Хеле–Шоу при гармонической модуляции расхода прокачиваемой жидкости.



Осциллирующее движение границы происходит в отсутствие средней прокачки. Частота вынужденных осцилляций границы изменяется в интервале  $f_{vib} = 2 - 5$  Гц, при этом объем прокачиваемой жидкости варьируется в интервале  $V_0 = 0 - 2.6$  мл. Эксперимент начинается с того, что концентрическая граница раздела устанавливается на некотором расстоянии  $R_0$  от оси симметрии ячейки. При умеренных амплитудах колебаний межфазная граница совершает радиальные колебания, при этом колеблющийся фронт маловязкой жидкости имеет осесимметричную форму. Положение межфазной границы в течение периода характеризуется ее положением в фазе нулевого расхода  $R_{in}$ , когда граница максимально смещена в направлении маловязкой жидкости и совпадает с контактной линией (рис. 9,а), и в фазе максимального радиального смещения.

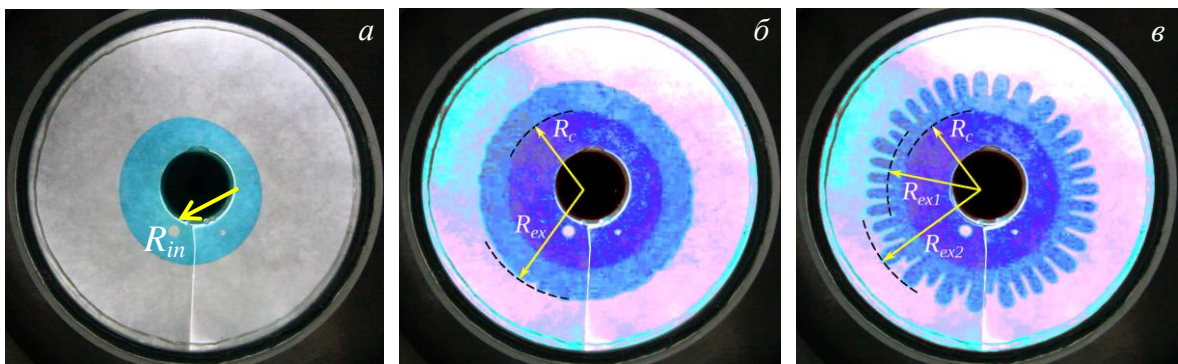


Рис. 9. Граница раздела двух жидкостей в фазе нулевого расхода (а) и фазе максимального вытеснения при:  $V_0 = 1.69$  мл (б),  $V_0 = 1.99$  мл (в);  $R_0 = 30.6$  мм,  $f_{vib} = 2$  Гц

При этом виден конец «языка» маловязкой жидкости, положение которого можно охарактеризовать радиусом  $R_{ex}$  (рис. 9,б). Помимо фронта межфазной границы видна контактная линия  $R_c$ , которая в течение периода практически не смещается по сравнению с положением в фазе максимального сжатия пятна. В случае развития «пальчиковых» структур  $R_{ex}$  имеет два значения  $R_{ex1}$  и  $R_{ex2}$  (рис. 9,в), характеризующие расстояние от центра симметрии фигуры до основания и до кончиков пальцев, соответственно. Средняя высота пальцев определяется разностью  $h_{vf} = R_{ex2} - R_{ex1}$ . Эксперименты, выполненные с различным начальным расположением границы раздела фаз в интервале частот  $f_{vib} = 2 - 5$  Гц, показывают, что развитие неустойчивости с повышением амплитуды колебаний всегда происходит по одному сценарию, и неустойчивость не испытывает качественных изменений ни с частотой вибраций, ни с положением межфазной границы.

В п.4.4 показано, что экспериментальные результаты полностью согласуются при переходе к безразмерным параметрам: относительной длине пальцев  $h_{vf} / R_{ex1}$  и относительной амплитуде колебаний границы раздела  $b/h = V_0 / 2\pi R_{ex1} h^2$  (рис. 10,а), которая рассчитывается на расстоянии  $R_{ex1}$ , где неустойчивость развивается. Из графика следует, что неустойчивость развивается по достижении критического значения безразмерной амплитуды

колебаний границы  $b^* / h = 2.3$  и в условиях проведенного эксперимента не зависит ни от частоты осцилляций, ни от расстояния межфазной границы от оси симметрии ячейки.

Можно предположить, что потеря устойчивости фронта межфазной границы определяется критическим натяжением границы, т.е. критической величиной ее смещения от контактной линии. Можно ожидать, что величина этого порогового значения будет зависеть от силы межфазного натяжения и условий смачивания границы, т.е. от краевого угла. Саффмановская природа обнаруженной квазистационарной неустойчивости подтверждается хорошим согласием зависимости безразмерной длины волны пальчиковых структур от капиллярного числа с результатами других авторов (рис. 10,б). На графике приведены результаты обмера пространственного периода структур у основания пальцев, на расстоянии  $R_{ex1}$ , определяемого как  $\lambda / h = 2\pi R_{ex1} / k_\varphi h$ . Здесь  $k_\varphi$  – азимутальное волновое число. Капиллярное число  $Ca = V_0 \Omega \eta / (2\pi R_{ex1} h \sigma_{oilwat})$  рассчитано по амплитудному значению скорости межфазной границы. Экспериментальные точки, соответствующие «пальчиковой» неустойчивости, сгруппированы вблизи теоретической кривой. При  $b/h > 2.3$  с развитием обнаруженной неустойчивости Саффмана – Тейлора все экспериментальные точки удовлетворительно локализируются вблизи теоретической кривой, построенной для стационарного смещения границы раздела [Fernandez J. et al. Phys. Fluids. – 2001. – V. 13. – №. 11. – P. 3120-3125.]. Сравнение имеет качественный характер, поскольку в теоретическом анализе для наиболее «опасных» длин волн (сплошная кривая на рис. 10,б) капиллярное число определяется по скорости нарастания возмущений на межфазной границе в отсутствие осцилляций.

### Заключение

В диссертационной работе изучена вибрационная динамика многофазных систем в заполненной жидкостью полости при воздействии осложняющих факторов. Рассмотрено влияние инерционных силовых полей – вращение и вибрации. В экспериментах варьируется относительная плотность и вязкость системы. Экспериментальное исследование проведено с

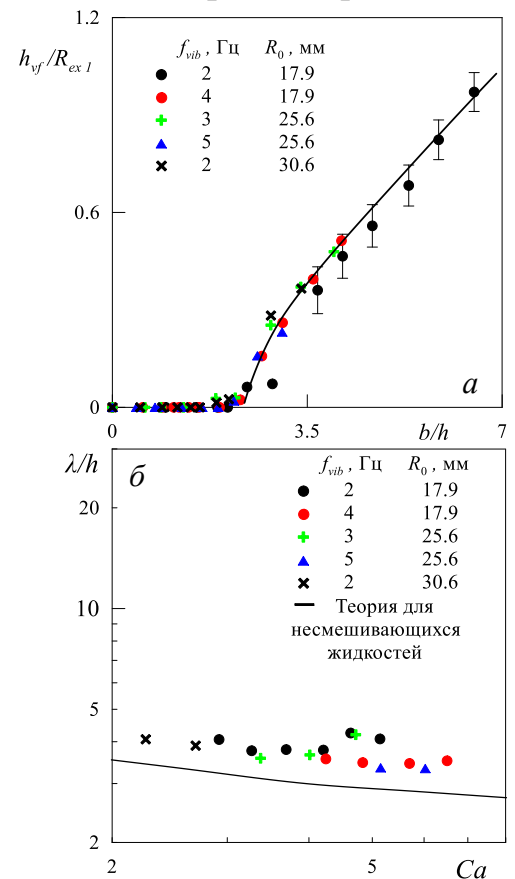


Рис. 10. Относительная высота «пальчиковых» структур от безразмерной амплитуды колебаний границы (а) и зависимость безразмерной длины волны пальчиковых структур от капиллярного числа (б)

легкими и тяжелыми фазовыми включениями, как с твердой, так и деформируемой границей раздела. Рассмотрена задача об устойчивости границы раздела несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкости при нормальных к границе вибрациях.

1. В ходе экспериментального исследования систематически изучена осредненная динамика длинного легкого цилиндрического тела в горизонтально расположенной вращающейся цилиндрической полости в отсутствие вибраций, а также при наличии перпендикулярных оси вращения вибраций.

- Показано, что в отсутствие вибраций при сравнительно медленном вращении полости наблюдается отстающее вращение тела, интенсивность которого понижается с увеличением скорости вращения.

- Обнаружено, что вибрации полости влияют на скорость дифференциального вращения тела, которая немонотонно изменяется с частотой вибраций.

2. Впервые изучена динамика двухфазной системы в цилиндрической полости при совпадении скорости вращения с частотой вибраций.

- Показано, что осредненный эффект вибраций с частотой  $f_{vib} = f_r$  эквивалентен параллельному переносу оси вращения на расстояние, равное половине заданной амплитуды вибраций. Эффект характерен как для твердых включений, так и для включений с деформируемой границей раздела.

- Экспериментально доказана возможность вибрационного управления фазовым включением в равномерно вращающейся полости с помощью перпендикулярных оси вращения поступательных вибраций.

3. В широком диапазоне безразмерных частот либраций систематически исследована динамика тяжелого цилиндрического тела в неравномерно вращающейся цилиндрической полости с жидкостью.

- Изучена подъемная сила, действующая на тело, и структура осредненных потоков, возбуждаемых телом.

- Обнаружено, что пороговое значение амплитуды модуляции, когда тело отрывается от стенки, определяется относительной толщиной вязкого пограничного слоя.

- Показано, что коэффициент подъемной силы возрастает с безразмерной частотой в исследованном диапазоне.

4. Впервые экспериментально рассмотрена динамика осциллирующей границы раздела двух несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкости в радиальной ячейке Хеле–Шоу.

- Обнаружен и исследован новый тип неустойчивости, проявляющейся в возникновении «пальчиковых» структур на межфазной границе в фазе вытеснения вязкой жидкости.

- Показано, что неустойчивость аналогична неустойчивости Саффмана – Тейлора. Неустойчивость развивается при достижении порогового значения относительной амплитуды колебаний межфазной границы.

- Обнаружен стабилизирующий эффект радиальных колебаний границы раздела приводящий к подавлению развитой неустойчивости.

**Публикации по теме диссертации:**

- 1. Karpunin I.E., Kozlova A.N., Kozlov N.V. Behavior of a light solid in a rotating horizontal cylinder with liquid under vibration // Microgravity Science and Technology. – 2018. – V. 30. – № 4. – P. 399-409.**
- 2. Karpunin I., Kozlov N. Dynamics of Two-liquid System at Rotation and Vibration with Equal Frequencies // Microgravity Science and Technology. – 2020. – V. 32. – №. 5. – P. 973-982.**
- 3. Vlasova O., Karpunin I., Solomennikov M. Lift Force Acting on a Heavy Cylinder and a Steady Flow in an Unevenly Rotating Container // Microgravity Science and Technology. – 2020. – V. 32. – №. 5. – P. 889-896.**
- 4. Kozlov V., Karpunin I., Kozlov N. Finger instability of oscillating liquid–liquid interface in radial Hele-Shaw cell // Physics of Fluids. – 2020. – V. 32. – №. 10. – P. 102102.**
- 5. Karpunin I.E., Kozlov N.V. Two-Phase System in a Rotating Cylindrical Cavity under the Transverse Vibrations // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – IOP Publishing, 2019. – V. 581. – №. 1. – P. 012040.**
- 6. Karpunin I.E., Kozlov N.V., Kozlov V.G. Experimental study of liquid-liquid interface oscillating in radial Hele-Shaw cell // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2021. – V. 1809. – №. 1. – P. 012020.**