

«ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД УРО РАН» – ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
НАУКИ ПЕРМСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА
УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



Желнин Максим Сергеевич

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ГРУНТОВ
ПРИ ИСКУССТВЕННОМ ЗАМОРАЖИВАНИИ

1.1.8 – механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор РАН
Плехов Олег Анатольевич

Пермь – 2021

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Экспериментальные исследования и теоретические модели искусственного замораживания грунтов	20
1.1 Особенности промерзающих и мерзлых грунтов	23
1.1.1 Перенос тепла в промерзающих грунтах.....	23
1.1.2 Миграция воды в промерзающих грунтах	25
1.1.3 Изменение напряженно-деформированного состояния промерзающих грунтов	30
1.1.4 Механическое поведение замороженных грунтов	35
1.2 Связные термогидромеханические модели	46
1.3 Выводы по главе	75
Глава 2. Термогидромеханическая модель промерзания влагонасыщенного грунта	78
2.1 Основные теоретические предположения	79
2.2 Математическая постановка модели	80
2.2.1 Уравнение массопереноса	80
2.2.2 Уравнение теплопереноса	82
2.2.3 Уравнение равновесия	82
2.2.4 Определяющие соотношения для описания неупругих деформаций	84
2.2.5 Начальные и граничные условия.....	87
2.3 Компьютерная реализация математической модели	89
2.3 Выводы по главе	91
Глава 3. Численное моделирование лабораторных экспериментов по искусственному замораживанию влагонасыщенных грунтов	93
3.1 Одностороннее замораживание влагонасыщенной супеси в условиях закрытой системы.....	94
3.2 Одностороннее замораживание алевритистой глины в условиях открытой системы.....	98
3.3 Радиальное замораживание песка в условиях закрытой системы	104

3.4 Одноосные испытания на ползучесть замороженного грунта	110
3.5 Выводы по главе	112
Глава 4. Численное моделирование формирования ледопородного ограждения для строительства вертикального шахтного ствола	114
4.1 Трехмерное численное моделирование искусственного замораживания влагонасыщенных грунтовых слоев	115
4.1.1 Геометрия расчетной области и граничные условия	117
4.1.2 Идентификация материальных параметров алевролита и песка	119
4.1.3 Анализ сеточной сходимости	124
4.1.4 Результаты численного моделирования искусственного замораживания влагонасыщенных грунтовых слоев.....	127
4.1.5 Оценка бокового давления на внешнюю границу ледопородного ограждения.....	139
4.2 Анализ порового давления в незамороженном грунте внутри ЛПО	143
4.3 Выводы по главе	154
Глава 5. Численное моделирование деформирования стенки шахтной выработки в искусственно замороженных грунтовых слоях	157
5.1 Оценка перемещения внутренней стенки ЛПО в грунтовых слоях алевролита и песка с учетом влияния криогенных процессов.....	159
5.1.1 Геометрия расчетной области и схема граничных условий	160
5.1.2 Идентификация реологических свойств алевролита и песка в замороженном состоянии	162
5.1.3 Результаты численного моделирования деформирования искусственно замороженных грунтовых слоев с выработкой.....	164
5.2 Анализ применимости инженерных формул для расчета толщины ледопородного ограждения по критериям предельного состояния	170
5.2.1 Расчет проектной толщины ледопородного ограждения по критерию предельно допустимой деформации	170
5.2.2 Расчет толщины ЛПО по предельному напряженному состоянию.....	180
5.3 Выводы по главе	186

Заключение

191

Список литературы

194

Введение

Актуальность темы исследования. Искусственно замороженные грунты широко используются для создания прочных, водонепроницаемых ограждений для строительства подземных сооружений в сложных гидрогеологических условиях. Однако в ходе замораживания грунтов вследствие морозного пучения и криогенной миграции влаги изменяется их напряженно-деформированное состояние, что может привести к повреждению наземных зданий, а также к увеличению нагрузки на формируемое ледопородное ограждение (ЛПО) и крепь строящейся горной выработки. Более того, в замороженных грунтах, находящихся под нагрузкой, развиваются реологические процессы, характеризующиеся возрастанием деформации и уменьшением прочности со временем нагружения. Таким образом, достоверная оценка несущей способности искусственно замороженных грунтов требует комплексного расчета их напряженно-деформированного состояния от начала замораживания до выполнения проходческих работ.

Перспективным подходом к описанию механического поведения промерзающих и мерзлых грунтов является построение связанных математических моделей, позволяющих рассчитывать изменение полей напряжений и деформаций вместе с другими физическими полями. В связи с развитием вычислительной техники активно разрабатываются термогидромеханические модели, объединяющие в себе уравнения теории тепло- и массопереноса и механики деформируемого твердого тела, что дает возможность добиться адекватного учета криогенных процессов в замораживаемых грунтах. Вместе с современными методами контроля искусственно замораживаемого породного массива данные модели могут обеспечить адекватную оценку напряженно-деформированного состояния ограждения из замороженного грунта в зависимости от принимаемых инженерных и технических решений. Диссертационная работа посвящена построению математической модели промерзания влагонасыщенных грунтов с учетом термогидромеханических эффектов и ее применения для исследования

процесса проведения вертикального шахтного ствола способом искусственного замораживания и анализа данных, полученных путем термометрического мониторинга и измерений в гидронаблюдательных скважинах.

Степень разработанности темы исследования. Промерзание насыщенного грунта сопровождается сложным взаимодействием между теплопереносом, массопереносом и эволюцией напряженно-деформированного состояния грунта. Систематическое исследование криогенных процессов в грунтах началось в 20 – 30-ых годах прошлого века в работах Сумгина М.И. и Taber S., посвященных преимущественно экспериментальному изучению замерзания поровой влаги в промерзающих грунтах, определению их физико-механических свойств.

Начавшееся в середине XX века бурное создание инфраструктуры на территориях с сезонно-промерзающими и многолетнемерзлыми грунтами, распространение технологии искусственного замораживания грунтов для строительства подземных сооружений способствовало проведению большого количества исследований, направленных на комплексное изучение процессов теплопереноса, массопереноса, механического поведения промерзающих и мерзлых грунтов, построению математических соотношений для их описания. Значительный вклад в развитие экспериментальных методов и математических моделей внесли такие отечественные и зарубежные ученые, как Цытович Н.А., Глобус А.М., Лыков А.В., Трупак Н.Г., Далматов Б.И., Хакимов Х.Р., Картозия Б.А., Вялов С.С., Зарецкий Ю.К., Иванов Н.С., Орлов В.О., Городецкий С.Э., Ершов Э.Д., Edlefsen N., Anderson A., Everett D.H., Andersland O.B., Ladanyi B., Harlan R.L., Miller R.D., Gilpin R.R., Morgenstern N.R., Konrad J.M., O'Neill K. В результате проведенных на этом этапе исследований были созданы первые связные модели, позволяющие описывать распределение влаги в процессе замерзания, предсказывать деформации и силы морозного пучения.

Дальнейшее развитие существующих и построение новых связных моделей, проведено в работах Гречищева С.Е., Кожевникова Н.Н., Кроника Я.К., Горелика Я.Б., Бровка Г.П., Пермякова П.П., Кудрявцева С.А., Вабищевича П.Н.,

Nixon J.F., Michalowski R.L., Bronfenbrener L., Vitel M., Huang S. Существенный прогресс в теоретическом описании криогенных процессов в промерзающих грунтах обусловлен созданием термогидромеханических моделей, которые позволяют совместно рассматривать теплоперенос, массоперенос и эволюцию распределения полей напряжения и деформации в грунте. Актуальный взгляд на построение данных моделей представлен в работах Thomas H.R., Nishimura S., Zhou J., Lai Y., Li S., Tounsi H., Rouabhi A. с соавторами. Однако на основе анализа современных работ можно заключить, что имеется большое разнообразие подходов к построению термогидромеханических моделей, что свидетельствует о недостаточной изученности этого вопроса. Высокую актуальность также имеет проблема лабораторной верификации и применимости современных численных моделей в инженерной практике для расчета взаимодействия сооружений с пучинистыми грунтами, оценки и прогноза состояния ЛПО, формируемого способом искусственного замораживания для строительства подземных сооружений.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является построение трехмерной математической модели промерзания влагонасыщенных грунтов с учетом термогидромеханических эффектов, позволяющей провести моделирование мероприятий, выполняемых при проходке вертикального шахтного ствола способом искусственного замораживания.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Анализ существующих подходов и соотношений для математического описания криогенных процессов в грунтах и разработка на их основе термогидромеханической модели промерзания влагонасыщенного грунта, позволяющей выполнять расчет морозного пучения и усадки грунта вследствие миграции влаги к фронту промерзания, а также его неупругого деформирования и реологического течения в замороженном состоянии.

2. Разработка стратегии верификации модели на основе лабораторных экспериментов по искусственному замораживанию влагонасыщенных грунтов и механических испытаний замороженного грунта на ползучесть.

3. Демонстрация возможностей модели путем численного моделирования процесса искусственного замораживания обводненных грунтовых слоев алевролита и песка для условий Петриковского месторождения калийных солей.

4. Численное моделирование деформирования шахтной выработки, пройденной в грунтовых слоях алевролита и песка под защитой ЛПО, с учетом изменения их природного напряженно-деформированного состояния, вызванного искусственным замораживанием, для технологических условий рудника Петриковского ГОК.

5. Расчет оптимальной толщины ЛПО по критериям предельного напряженного состояния и предельно допустимой деформации путем численного моделирования деформирования ледопородного цилиндра, модификация формул Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. на основе полученных результатов.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- Построена и верифицирована по данным лабораторных экспериментов для супеси, глины и песка новая термогидромеханическая модель промерзания влагонасыщенного грунта, описывающая взаимосвязь между падением температуры, образованием порового льда, миграции влаги к фронту промерзания, морозного пучения грунта в замороженной зоне и его усадки вблизи фронта промерзания.

- Реализован подход к численному моделированию проведения вертикального шахтного ствола способом искусственного замораживания, включающий в себя этап идентификации параметров модели на основе стандартизованных лабораторных испытаний на пучинистость и ползучесть, и позволяющий проводить расчеты как формирования ЛПО при различной интенсивности криогенной миграции влаги, так и неупругого деформирования стенки шахтной выработки, пройденной под защитой сплошного ЛПО, с учетом реологических свойств грунта в замороженном состоянии и изменения природного напряженно-деформированного состояния грунтового слоя, произошедшего на этапе формирования ЛПО.

- Проведен анализ влияния морозного пучения и криогенной миграции влаги на формирование напряженно-деформированного состояния искусственно замораживаемого грунтового слоя, пространственного распределения льдистости по толщине ЛПО, эволюции уровня подземных вод в незамороженном грунте, заключенном внутри ЛПО.

- Определены величины радиального перемещения стенки шахтной выработки, пройденной внутри ЛПО, с учетом анализа криогенных процессов.

- Построены новые аппроксимационные зависимости безопасной толщины ЛПО от величины бокового давления, позволяющие проводить оптимизацию режима замораживания для конкретных инженерно-геологических условий.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость работы заключается в построении и алгоритмизации в среде Comsol Multiphysics® трехмерной термогидромеханической модели промерзания влагонасыщенного грунта, позволяющей оценивать напряженно-деформированное состояние грунта в процессе замерзания, описывать перераспределение влаги в грунте, вызванное криогенным всасыванием, и выполнять расчет деформации морозного пучения.

Практическая значимость работы заключается в разработке подхода к численному моделированию формирования ЛПО в обводненном грунтовом слое и процесса неупругого деформирования неподкрепленной стенки шахтной выработки, пройденной под защитой ЛПО. Предложенная модель может быть использована на стадии проектирования и проведения искусственного замораживания для оптимизации технологических параметров и интерпретации полевых измерений, выполненных в контрольно-термических и гидронаблюдательных скважинах. При этом для идентификации параметров модели требуются только стандартизованные лабораторные испытания грунтов по определению степени пучинистости, теплофизических, фильтрационных, деформационно-прочностных свойств, входящие в экспериментальную программу исследований перед применением искусственного замораживания.

В дополнение к этому получены уточненные аппроксимационные соотношения для определения безопасной толщины ЛПО от величины бокового давления, которые могут применяться для проведения инженерных расчетов.

Методология и методы исследования. Методологическая база диссертационной работы основана на положениях теории промерзающих и мерзлых грунтов. Для построения термогидромеханической модели используются подходы механики сплошных сред, соотношения теории пористых сред, теории теплопереноса и массопереноса, механики деформируемого твердого тела. Компьютерная реализация модели выполняется в программном комплексе Comsol Multiphysics®¹. Для численного решения уравнений модели используется метод конечных элементов. Идентификация параметров модели проводится в рамках расчетно-экспериментального подхода путем согласования результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

Положения, выносимые на защиту:

1. Трехмерная термогидромеханическая модель промерзания влагонасыщенного грунта, позволяющая описывать процессы миграции влаги к фронту фазового перехода, морозного пучения грунта в замороженной зоне и его усадки вблизи фронта промерзания.

2. Процедура верификации модели по данным лабораторных экспериментов по искусственному замораживанию супеси, алевролитистой глины, песка, а также механических испытаний мерзлого алевролитистого песка на ползучесть.

3. Результаты численного моделирования формирования ЛПО в грунтовых слоях способом искусственного замораживания для условий Петриковского месторождения калийных солей.

4. Результаты численного моделирования неупругого деформирования неподкрепленной стенки шахтной выработки, пройденной под защитой ЛПО, для условий строительства шахтных стволов рудника Петриковского ГОК.

5. Уточненные на основе результатов численного моделирования формулы Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. для расчета безопасной толщины ЛПО в

¹COMSOL Multiphysics®: No 9600871

зависимости от бокового давления по критериям предельного состояния и максимального допустимого перемещения.

Достоверность построенной модели обеспечивается согласованием используемых предположений и гипотез экспериментальным наблюдениям, непротиворечивостью основных гипотез модели существующим теоретическими представлениям о физике исследуемых процессов. Достоверность результатов численного моделирования достигается путем соблюдения методологии проведения вычислительного эксперимента и подтверждается удовлетворительным соответствием численных результатов как с экспериментальными данными лабораторных испытаний, проведенных в «ИМСС УрО РАН», Институте природопользования НАН Беларуси и других исследовательских центрах, так и полевых измерений, выполненных в ходе контроля состояния ЛПО при строительстве шахтного ствола на руднике Петриковского ГОК.

Личный вклад автора заключается в анализе современного состояния исследований по теме работы, участии в проведении экспериментов по замораживанию грунтов и построении термогидромеханической модели промерзания влагонасыщенного грунта, компьютерной реализации модели, выполнении численного моделирования изучаемых процессов и сопоставлении результатов расчетов с данными лабораторных экспериментов и полевых измерений.

Апробация результатов. Основные результаты исследований, представленные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на 12 международных и российских научных конференциях: European Conference on Fracture (Belgrade, 2018), «Зимняя школа по механике сплошных сред» (Пермь, 2019, 2021), Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019), International Conference – Fracture and Structural Integrity (Catania, 2019), International Conference on Structural Integrity (Funchal, 2019), Всероссийская конференция-конкурс студентов и аспирантов "Актуальные проблемы недропользования" (онлайн формат, 2020, 2021),

Международный форум конкурс студентов и молодых ученых "Актуальные проблемы недропользования" (онлайн формат, 2020; очно 2021), Virtual European Conference on Fracture (онлайн формат, 2020), Virtual Congress WCCM & ECCOMAS 2020 (онлайн формат, 2021).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 18 научных работ, проиндексированных в международных системах цитирования и входящих в список журналов, рекомендованных ВАК.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературы (192 наименования). Диссертация содержит 60 рисунков и 19 таблиц. Объем диссертации составляет 211 страниц.

Первая глава диссертации носит обзорный характер и состоит из трех параграфов.

В параграфе 1.1 приводятся основные законы и уравнения теории тепло- и массопереноса, используемые для расчета изменения температуры и миграции влаги в промерзающих грунтах, рассматриваются опубликованные ранее результаты лабораторных исследований явления морозного пучения, обсуждаются классические теории недеформируемого льда и сегрегационного потенциала.

В параграфе 1.2 приводятся определяющие соотношения механики мерзлых грунтов для описания их упруго-пластического деформирования и развития в них реологических процессов при длительном нагружении.

В параграфе 1.3 представлен обзор современных термогидромеханических моделей промерзания влагонасыщенных грунтов, в рамках которого рассматриваются их ключевые особенности и примеры применения для инженерных расчетов.

Во **второй главе** приведено описание разработанной термогидромеханической модели промерзания влагонасыщенного грунта. Построение модели выполняется в рамках макроскопического подхода сплошной среды с использованием положений теории поромеханики путем обобщения одномерных термогидромеханических моделей, представленных в работах

Zhou J. [1], Lay Y. [2] с соавторами. Отличительная особенность данных моделей заключается в решении объединенного уравнения баланса массы воды и льда относительно пористости грунта, что позволяет адекватно описать взаимосвязь между криогенной миграцией влаги, морозным пучением и усадкой, но требует аналитического расчета эффективного тензора напряжения.

Для обобщения моделей на трехмерный случай применяются положения теории поромеханики, в частности, полученное Coussy O. [3] уравнение состояния, устанавливающего зависимость между пористостью грунта, его объемной деформацией и поровым давлением.

Другими важными соотношениями в предложенной модели являются уравнение для расчета порового давления в промерзающей зоне грунта (Bishop A.W., Miller R.D. [4,5]) и уравнение Клаузиуса-Клайперона.

Модель дополняется определяющими соотношениями для описания неупругой деформации, возникающей в промерзающем грунте под воздействием порового давления льда, а также деформации ползучести и пластичности, которые развиваются в замороженном грунте под нагрузкой при длительном нагружении или при превышении предела пропорциональности.

В параграфах 2.1–2.2 представлены уравнения массопереноса, равновесия, теплопереноса и определяющие соотношения, входящие в модель. В параграфе 2.3 рассмотрена компьютерная реализация модели в пакете Comsol Multiphysics®, приводятся детали численного решения системы уравнений модели.

Третья глава посвящена численному моделированию лабораторных экспериментов по искусственному замораживанию влагонасыщенных грунтов и механических испытаний на ползучесть мерзлого песка.

В параграфе 3.1 рассматривается моделирование эксперимента Mizoguchi M. по исследованию изменения пористости в образцах супеси при их одностороннем замораживании без притока влаги в цилиндрах с жесткими стенками, результаты которого представлены в [6]. Показано, что предложенная модель позволяет описывать как падение пористости в незамороженной части грунта и вблизи фронта фазового перехода, так и рост пористости при замерзании влаги.

В параграфе 3.2 исследуется применимость разработанной модели к расчету морозного пучения путем численного моделирования эксперимента, проведенного Lai Y. с соавторами [2], по одностороннему замораживанию с двумя различными температурными режимами и вертикальными нагрузками образцов алевритистой глины, упакованных в цилиндры с жесткими стенками, при наличии подтока влаги.

Показано, что до момента формирования финального ледяного штира результаты численного моделирования хорошо согласуются с измеренными в экспериментах зависимостями абсолютной деформации морозного пучения от времени и удовлетворительно описывают изменение температуры в различных точках образца. С ростом толщины финального ледяного штира модель предсказывает меньшую величину деформации пучения вследствие отсутствия в ней соотношений для описания формирования ледяных штиров.

В параграфе 3.3 обсуждаются результаты численного моделирования эксперимента по радиальному искусственному замораживанию песка, упакованного в пластиковую форму с жесткими границами, проведенного в лаборатории Термомеханики твердых тел «ИМСС УрО РАН».

Особенностью эксперимента является то, что представленная экспериментальная установка позволяет воссоздать условия промерзания грунта вокруг замораживающей колонки, используемой для искусственного замораживания породного массива при строительстве подземных сооружений. Показано, что полученные результаты хорошо согласуются с измерениями температуры и описывают характер деформирования грунта в процессе промерзания.

Параграф 3.4 посвящен моделированию механических одноосных испытаний на ползучесть замороженных при температуре -8°C образцов алевритистого песка по ГОСТ 12248-96 (данные предоставлены Институтом природопользования НАН Беларуси). Для моделирования эксперимента предложенная модель дополнялась определяющими соотношениями для описания вязкоупругой деформации, записанными в соответствии с законом ползучести мерзлых грунтов Вялова С.С.

Результаты проведенного моделирования показали, что используемые соотношения позволяют описать стадии неустановившейся и установившейся ползучести в диапазоне напряжений от 1.13 МПа до 4.53 МПа с одним набором параметров.

Четвертая глава посвящена применению разработанной термогидромеханической модели к расчету формирования ЛПО для строительства вертикального шахтного ствола на руднике Петриковского ГОК.

В параграфе 4.1 рассматривается трехмерное численное моделирование искусственного замораживания слоя алевролита и песка, залегающих в диапазоне глубин 50-58 м и 65-85 м с учетом криогенных течений, морозного пучения и усадки. В параграфах 4.1.1-4.1.3 приводятся постановка задачи искусственного замораживания грунтового слоя, результаты идентификации параметров модели по данным лабораторных испытаний на пучинистость, предоставленных Институтом природопользования НАН Беларуси, а также анализ сеточной сходимости.

В параграфе 4.1.4 на основе результатов трехмерного численного моделирования искусственного замораживания грунтовых слоев алевролита и песка обсуждаются особенности формирования ЛПО в зависимости от интенсивности морозного пучения и появления в грунте криогенных течений.

Показано, что в слое песка морозное пучение происходит только за счет объемного расширения при замерзании воды, изначально содержащейся в порах. В результате формируется однородное распределение пористости по толщине ЛПО, а увеличение пористости в замороженной зоне составляет 9%. Объемное расширение грунта в замороженной зоне вызывает сжатие незамороженного грунта внутри ЛПО, что приводит к росту порового давления при увеличении толщины сплошного ЛПО.

Вследствие возникновения миграции влаги к фронту промерзания в слое алевролита формируется неоднородное по радиусу и углу распределение пористости по толщине ЛПО, а морозное пучение развивается более интенсивно. Наибольшая величина пористости наблюдается вблизи границы замораживающей

скважины и достигает 21%. Вместе с тем, перераспределение влаги, происходящее до смыкания ЛПО, приводит к образованию области с пониженной пористостью вблизи замковой плоскости.

Интенсивное морозное пучение алевролита приводит к значительному объемному расширению грунта в большей части замороженной зоны и его переходу из состояния сжатия в состояние растяжения. При этом область с пониженной пористостью остается в состоянии сжатия, а обезвоженный грунт вблизи границ ЛПО консолидируется. В отличие от слоя песка повышение порового давления в незамороженном алевролите, заключенном внутри ЛПО, происходит с увеличением толщины ЛПО более выражено, однако ввиду отсутствия внешних источников воды по истечении некоторого времени поровое давление начинает снижаться по мере оттока воды к внутренней границе ЛПО под влиянием криогенного всасывания.

В параграфе 4.1.5 полученные результаты численного моделирования были использованы для анализа влияния криогенной миграции влаги и морозного пучения на распределения напряжения в искусственно замораживаемых слоях алевролита и песка. Для проведения анализа была выполнена дополнительная серия расчетов искусственного замораживания грунтовых слоев в предположении отсутствия этих явлений. Показано, что в незамороженном грунте, примыкающем к внешней границе ЛПО, происходит повышение абсолютной величины среднего эффективного напряжения как за счет механического воздействия со стороны замороженной зоны, так и дополнительного сжатия грунта, вызванного оттоком влаги под влиянием криогенного всасывания.

В параграфе 4.2 выполняется анализ натуральных измерений уровня подземных вод внутри ЛПО, проведенных в гидронаблюдательных скважинах при искусственном замораживании на Петриковском месторождении. Разработанная модель позволила описать наблюдаемое увеличение порового давления со временем, вызванное смыканием ЛПО и ростом его толщины. Путем вариации технологических параметров замораживания и физико-механических свойств грунта, установлено, что величина порового давления в незамороженном грунте

внутри ЛПО в значительной степени определяется воздействием на него замороженного грунта за счет морозного пучения, а также зависит от интенсивности криогенных течений.

В главе пять представлены результаты исследования процесса деформирования стенки шахтной выработки, пройденной под защитой ЛПО.

Параграф 5.1 посвящен численному моделированию деформирования искусственно замороженных слоев алеврита и песка с выработкой, проведенных с учетом и без учета изменения их природного напряженно-деформированного состояния, вызванного криогенными процессами.

В подпараграфах 5.1.1 и 5.1.2 приведена расчетная схема и представлены результаты идентификации параметров в определяющих соотношениях для вычисления деформации ползучести по данным механических испытаний замороженных грунтов на ползучесть, выполненных в Институте природопользования НАН Беларуси.

В подпараграфе 5.1.3 проведен анализ результатов численного моделирования деформирования замороженных слоев алеврита и песка с выработкой. Установлено, что в независимости от толщины ЛПО и начальных условий под воздействием нагрузки происходит выпучивание боковой стенки выработки и поднятие ее дна. Максимум абсолютной величины радиального перемещение грунта достигается на стенке выработке. При этом большую часть нагрузки со стороны окружающего грунта и подземных вод воспринимает на себя часть ЛПО, находящаяся с внешней стороны контура замораживающих скважин. Из анализа деформирования грунтовых слоев следует, что пренебрежение изменением их напряженного состояния, вызванного формированием ЛПО, приводит к заниженной оценке перемещения стенки шахтной выработки.

В параграфе 5.2 проведен теоретический анализ формул Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. [7] для расчета толщины ЛПО по максимальному допустимому перемещению и предельному напряженному состоянию на основе результатов численного моделирования деформирования неподкрепленной стенки шахтной выработки внутри ЛПО. Для численного моделирования применяется новая схема

расчета, которая в отличие от постановки Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. учитывает механическое поведение грунта ниже дна заходки.

Результаты моделирования, представленные в параграфах 5.2.1 и 5.2.2, позволили заключить, что в зависимости от типа грунта или горной породы, и величины действующего давления аналитические формулы могут предсказывать как заниженную, так и завышенную оптимальную толщину ЛПО по сравнению с толщиной, вычисленной путем моделирования. На основе проведенного численного анализа предложены модификации аналитических формул для оценки толщины ЛПО.

В заключении сформулированы следующие основные результаты диссертационной работы.

1. Построена термогидромеханическая модель промерзания влагонасыщенного грунта, учитывающая взаимосвязь между явлениями замораживания, формирования порового льда, миграции влаги к фронту промерзания, морозного пучения грунта в замороженной зоне и его усадки вблизи фронта промерзания.

2. Адекватность модели показана путем сопоставления результатов численного моделирования промерзания влагонасыщенного грунта и деформирования замороженного грунта с данными лабораторных экспериментов по искусственному замораживанию супеси, алевролитистой глины и песка, а также одноосных механических испытаний на ползучесть замороженного алевролитистого песка.

3. На примере численного моделирования искусственного замораживания грунтов на Петриковском месторождении показаны следующие особенности формирования ЛПО.

- При промерзании грунта без криогенной миграции влаги формируется однородное распределение пористости по толщине ЛПО, увеличение пористости в замороженной зоне составляет 9%. Объемное расширение в замороженной зоне приводит к сжатию незамороженного грунта, заключенного внутри ЛПО,

результатом чего является монотонный рост порового давления с увеличением толщины ЛПО.

- Криогенная миграция влаги приводит к интенсивному морозному пучению и формированию неравномерного распределения пористости по толщине ЛПО. Интенсивное морозное пучение способствует росту пористости более чем на 9% и переходу грунта из состояния сжатия в состояние растяжения в большей части замороженной зоны. В результате обезвоживания грунта образуется область с пониженной пористостью вблизи замковой плоскости и происходит дополнительное сжатие грунта вблизи границ ЛПО. Поровое давление в незамороженном грунте внутри ЛПО быстро растет после смыкания ледопородных цилиндров, однако криогенное всасывание в конечном итоге приводит к падению порового давления.

- Уровень подземных вод в гидронаблюдательных скважинах внутри ЛПО существенно зависит от воздействия сил морозного пучения на незамороженный грунт и интенсивности криогенных течений.

- Возникающие в грунтовых слоях при формировании ЛПО морозное пучение и криогенная миграция влаги приводят к изменению их природного напряженно-деформированного состояния и увеличению радиального перемещения стенки шахтной выработки, пройденной внутри ЛПО.

4. Показано, что формулы Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. для расчета оптимальной толщины ЛПО по критериям предельного напряженного состояния и максимальным допустимым перемещениям могут предсказывать как заниженную, так и завышенную оценку толщину ЛПО по сравнению с оценкой, определенной на основе результатов численного моделирования напряженно-деформированного состояния стенки шахтной выработки, проведенной с использованием новой расчетной схемы, учитывающей механическое поведение грунта ниже дна заходки. По результатам моделирования предложены модифицированные формулы для технологических условий проходки на руднике Петриковского ГОК.

Глава 1. Экспериментальные исследования и теоретические модели искусственного замораживания грунтов

Промерзание влагонасыщенных грунтов является сложным физическим процессом, включающим в себя теплоперенос, массоперенос и изменение напряженно-деформируемого состояния. Исследование данного процесса имеет длительную историю.

В Советском Союзе систематическое исследование морозного пучения грунтов началось в 20-30-ых годах двадцатого века с появлением работ основоположника отечественного мерзлотоведения Сумгина М.И. [8,9], который предложил теоретическое объяснение возникновения объемной деформации в промерзающем грунте, а также опытным путем показал наличие передвижения воды в замораживаемом образце к фронту промерзания. В это же время в зарубежной литературе публикуются результаты Taber S. [10], свидетельствующие о том, что приток влаги из области с положительной температурой является ключевым механизмом в морозном пучении промерзающего грунта.

По мере накопления экспериментальных данных и развития физических представлений о процессе промерзания грунта идеи, связанные с взаимовлиянием и взаимообусловленностью процессов теплопереноса, массопереноса и деформирования грунта, заняли основополагающие положение. Значительным образом этому способствовали теория динамического равновесия незамерзшей воды и льда в мерзлых грунтах Цытовича Н.А. [11], и феноменологическая теория тепло- и массопереноса, разработанная Лыковым А.В. [12] на основе молекулярно-кинетической теории и термодинамики неравновесных процессов. Теория динамического равновесия позволила дать физическое объяснение явлениям пучения и просадки, наличию незамерзшей влаги, изменению механических свойств влагонасыщенных грунтов при падении температуры ниже нуля. Важным результатом данной теории является принцип равновесного состояния, в соответствии с которым в промерзающем и мерзлом грунте

существует однозначная связь между содержанием незамерзшей влаги, температурой и поровым давлением.

В свою очередь результатом феноменологической теории Лыкова А.В. являются дифференциальные уравнения тепло- и массопереноса, сформулированные наиболее общим образом в монографии Лыкова А.В. и Михайлова Ю.А. [13], которые позволили математически строго описать явление миграции влаги в промерзающем грунте.

Большой вклад в исследование особенностей деформирования искусственно замороженных грунтов был сделан Вяловым С.С., Зарецким Ю.К., Городецким С.Э. [7,15–17], исследовавшими влияние льда и незамерзшей воды на реологические свойства мерзлых грунтов, и Ивановым Н.С., развившим термодинамический подход Лыкова А.В. и предложившим модификации его уравнений для различных типов грунтов [14].

Подробный обзор работ в области развития теории мерзлых грунтов, выполненных отечественными и зарубежными учеными вплоть до 1973 г., приведен в монографии Цытовича Н.А. [11]. Инженерные аспекты применения способа искусственного замораживания для строительства подземных сооружений изучались Трупаком Н.Г. [18], Маньковским Г.И. [19], Хакимовым Х.Р. [20], Орловым В.О. [21], Картозия Б.А. [22].

Среди зарубежных исследователей, внесших значительный вклад в термодинамическую теорию промерзающих грунтов, можно отметить Edlefsen N. и Anderson A. [23], Everett D.H. [24]. Существенный прогресс в построении математических моделей для описания тепло- и массопереноса в промерзающих грунтах был сделан Harlan R.L. [25], термогидравлическая модель которого до сих пор служит основной для создания современных моделей. Механическое поведение замороженных грунтов детально рассматривалось в работах Andersland O.B., Ladanyi B. [26,27].

Совместное рассмотрение процессов тепло- и массопереноса позволило разработать теоретические основы возникновения в промерзающих и мерзлых грунтах явлений миграции влаги, пучения и просадки, формирования криогенных

структур, неупругой деформации. На этом этапе создается модель недеформируемого льда (the rigid ice model) Miller R.D. [5], Gilpin R.R. [28], O'Neill K. [29] и концепция сегрегационного потенциала (the segregation potential) Konrad J.M. и Morgenstern N. [30,31,32], предоставляющие подход к формализованному описанию деформации морозного пучения, дискретному формированию ледяных шпиров и величины криогенного всасывания.

В отечественной литературе основы моделирования криогенных процессов в промерзающих грунтах разрабатывались Гречищевым С.Е. [33,34], Кожевниковым Н.Н. [35], Кроником Я.А. [36,37]. В частности, Гречищевым С.Е. была предложена терморейологическая модель промерзания грунта, учитывающая взаимовлияние полей температуры, влажности, деформации. Важные теоретические положения были сформулированы Ершовым Э.Д. в монографии [38], в которой рассмотрены структурные преобразования грунта, происходящие в процессе фазового перехода влаги в лед.

Современный взгляд на теорию мерзлых грунтов изложен в шести томах монографии под редакцией Ершова Э.Д. [39]. Значительное развитие подходов к математическому моделированию процессов, возникающих в промерзающих грунтах, выполнено в работах Бровко Г.П. [40], Пермякова [41,42], Кудрявцева С.А. [43,44], Горелика Я.Б. [45], Вабищевича П.Н. [46].

Таким образом, общая теория промерзающих и мерзлых грунтов довольно хорошо разработана и имеет глубокое физическое обоснование. В тоже время построение математических моделей, описывающих процесс промерзания с учетом термогидромеханических эффектов, является актуальной научной задачей.

Данная глава содержит два параграфа. В первом параграфе проведен обзор явлений, характерных для промерзающих и мерзлых грунтов, приведены основные законы и уравнения, применяемые для описания данных явлений.

Второй параграф посвящен связным термогидромеханическим моделям процесса промерзания влагонасыщенных грунтов. Отмечены их ключевые особенности и рассмотрены примеры применения для геотехнических расчетов.

1.1 Особенности промерзающих и мерзлых грунтов

1.1.1 Перенос тепла в промерзающих грунтах

С точки зрения механики сплошных сред промерзающий влажный грунт представляет собой четырехфазную пористую среду, состоящую из твердых минеральных частиц, жидкой воды, льда и газа. Замораживание влажного грунта происходит в результате оттока тепла, вызванного природными условиями либо технологическим вмешательством. Преобладающими механизмами теплопереноса являются кондуктивный и конвективный. Теплоперенос излучением не превышает несколько процентов от общего теплового потока [14,38].

В классических подходах для описания теплопереноса при промерзании влажных грунтов принимается гипотеза термодинамического равновесия [13,23], в соответствии с которой все компоненты системы имеют одинаковую температуру.

В этом случае плотность кондуктивной составляющей полного теплового потока \mathbf{q}_{cond} может быть записана в соответствии с законом Фурье [39]:

$$\mathbf{q}_{cond} = -\lambda \text{grad}T, \quad (1.1)$$

где λ – коэффициент эффективной теплопроводности среды, T – температура промерзающего грунта.

Плотность конвективной составляющей теплового потока \mathbf{q}_l определяется массовым потоком вещества [13].

Особую важность для адекватного моделирования теплопереноса имеет расчет эффективных теплофизических характеристик влажного промерзающего грунта. При расчете эффективной объемной теплоемкости C и эффективной плотности ρ используется правило смеси, которое может быть записано как:

$$X = (1-n)X_{sk} + n \sum_{j=1}^{N_{ph}} X_j S_j, \quad (1.2)$$

где X – эффективное значение, n – пористость, X_{sk} – параметр твердых частиц грунта, X_j – параметр фазы j , S_j – насыщенность фазы j , $j=1, \dots, N_{ph}$, N_{ph} – общее количество фаз, заполняющих поровое пространство грунта.

Количество соотношений, применяемых для вычисления эффективного коэффициента теплопроводности, значительно больше [47,48]. Наиболее распространенными являются правило смеси и формула на основе степенного среднего [49,50].

Кристаллизация воды сопровождается выделением большого количества тепла, величина которого в единицу времени может быть определена из следующего соотношения [14,39]:

$$Q_{ph} = L \frac{\partial \rho_i n S_i}{\partial t}, \quad (1.3)$$

где L – скрытая теплота фазового перехода вода/лед, i – фаза льда, t – время.

Процесс кристаллизации поровой влаги в грунтах затрудняется вследствие взаимодействия влаги с поверхностью минеральных частиц грунта. Также ощутимое влияние на данный процесс оказывает количество растворенных солей. Важным следствием этого является то, что даже при очень низкой температуре (вплоть до -110°C [51]) в грунте всегда остается некоторое количество незамерзшей воды.

Согласно принципу равновесного состояния воды и льда в мерзлых грунтах: количество, состав и свойства незамерзшей воды и льда в грунте зависит от внешних условий, так чтобы находится с ними в динамическом равновесии [11]. Наибольшее влияние на количество незамерзшей воды оказывает температура [52,53]. Важным фактором также является внешнее механическое давление – при постоянной температуре увеличение механического давления на грунт способствует увеличению количества незамерзшей воды.

Закономерность изменения незамерзшей воды с понижением отрицательной температуры описывается кривой остаточной влажности (the soil freezing characteristic curve), которая является характеристикой грунта. Вид кривой существенно зависит от типа грунта, например, в песках данная кривая очень

быстро убывает с температурой, тогда как в глинах она является более пологой (рисунок 1.1).

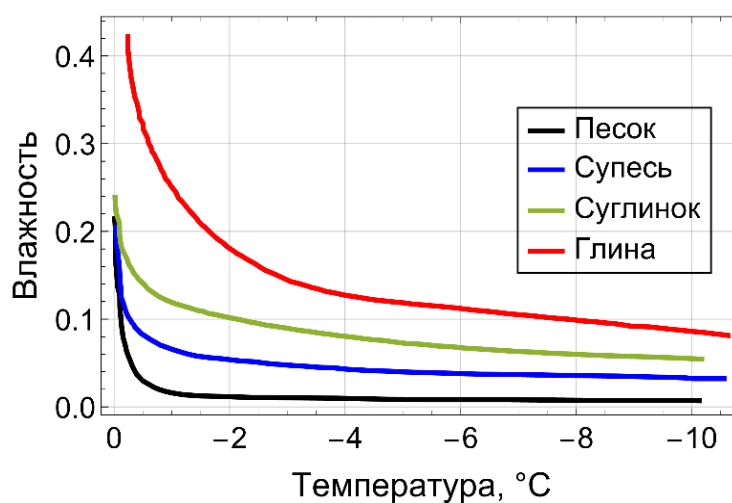


Рисунок 1.1 – Зависимость содержания незамерзшей воды от температуры в различных грунтах [53]

Различные аппроксимационные соотношения для описания кривых остаточной влажности рассмотрены в работах [54–56].

1.1.2 Миграция воды в промерзающих грунтах

Массоперенос в промерзающем грунте может происходить вследствие перемещения воды в жидком и парообразном состояниях [11,14,38]. В случае малого влагонасыщения – единицы процентов, когда поровое пространство грунта лишь частично заполнено жидкой водой, миграция может осуществляться в виде водяного пара и жидкой воды. При большой степени водонасыщения, близкой к максимальной гигроскопичности [14], массоперенос в основном происходит за счет перемещения жидкой фазы. Вследствие этого в дальнейшем будет рассматриваться только перенос влаги.

В соответствии с *принципом миграции влаги в промерзающем грунте*: процесс переноса воды в грунте, возникает при всяком нарушении равновесного состояния фаз грунта и изменениях внешних воздействий [11]. Для

математического описания влагопереноса используется понятие полного потенциала грунтовой влаги (the total soil water potential) ψ [38,57,58], который представляет собой относительную парциальную удельную свободную энергию воды в грунте и является суммой частных потенциалов действующих на нее сил:

$$\psi = \psi_p + \psi_m + \psi_g + \psi_{mech} + \psi_T + \psi_o + \dots, \quad (1.4)$$

где ψ_p – потенциал давления, ψ_m – капиллярный (матричный) потенциал, ψ_g – гравитационный потенциал, ψ_{mech} – потенциал действия внешнего механического давления, ψ_T – температурный потенциал, ψ_o – осмотический потенциал.

Следует отметить, что потенциал давления ψ_p и капиллярный потенциал ψ_m взаимно исключают друг друга. Первый из них отличен от нуля только в полностью насыщенном грунте и выражает действие порового давления влаги p_l , второй же связан с действием капиллярных сил.

Скорость переноса влаги в грунте v_l может быть выражена через потенциал ψ как [35,57]:

$$\mathbf{v}_l = -\mathbf{k} \text{grad} \psi, \quad (1.5)$$

где ρ_l – плотность воды, \mathbf{k} – коэффициент влагопроводности.

Потенциал ψ может выражаться через давление воды p_l , в этом случае (1.5) является обобщением законом Дарси, или через содержание влаги θ_l , тогда (1.5) – обобщение закона Фика (в этом случае коэффициент влагопроводности заменяется на коэффициент диффузивности) [59].

В полностью насыщенном грунте потенциал ψ_p соответствует поровому давлению p_l , а потенциал ψ_m равен нулю. В ненасыщенном грунте между границами фаз возникают капиллярные силы, величина которых определяется потенциалом ψ_m . Сложная природа взаимодействия различных фаз не позволяет теоретически рассчитать данный потенциал. Вследствие этого величина ψ_m определяется экспериментальным путем в зависимости от влажности. Данная зависимость для ненасыщенного грунта называется кривой водоудерживания (основной гидрофизической характеристикой, soil water characteristic curve),

поскольку отражает такие важные свойства грунта, как структуру порового пространства, гранулометрический и минералогический составы [57].

Изначально методы измерения кривой водоудерживания разрабатывались для описания движения влаги в незамороженных ненасыщенных грунтах. Однако, начиная с 30-ых годов двадцатого века множество исследований [56,58,60–62] показали, что процессы высушивания/увлажнения грунтов во многом эквивалентны процессам замораживания/оттаивания (рисунок 1.2). При этом разность давлений на границе фаз вода-лед может быть рассчитана, также как на границе фаз вода-воздух, с помощью уравнения Юнга-Лапласа [54].

Таким образом, для описания зависимости потенциала ψ_m от количества влаги в промерзающем грунте могут быть использованы соотношения, определенные из экспериментов по высушиванию, но с учетом отличия сил поверхностного натяжения между льдом и водой от сил – между паром и водой. Обширный обзор по соотношениям для описания кривых водоудерживания представлен в [47].

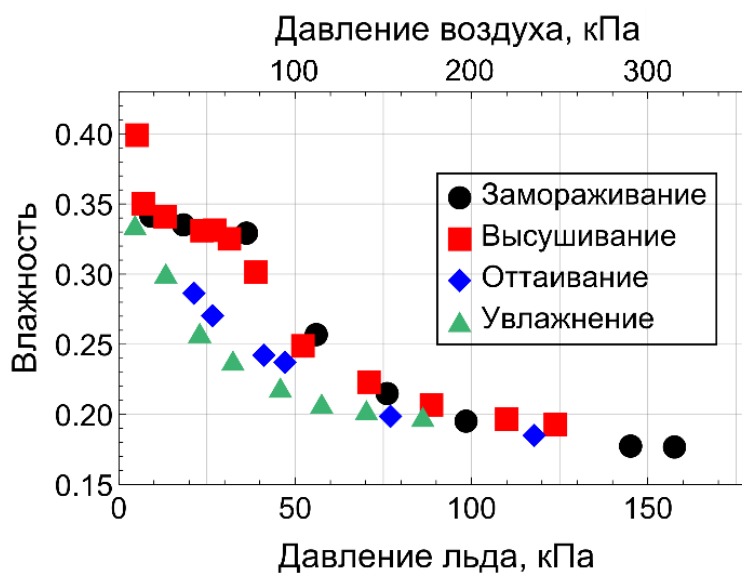


Рисунок 1.2 – Зависимость влажности грунта от давления льда и от давления воздуха [62]

Коэффициент влагопроводности влажного незамороженного грунта определяется его гранулометрическим и минералогическим составом и может

быть описан функцией $\mathbf{k} = \mathbf{k}(\theta_i)$ от содержания влаги θ_i или $\mathbf{k} = \mathbf{k}(\psi_m)$ от капиллярного потенциала ψ_m [35,57]. Поскольку в промерзающих грунтах количество незамерзшей влаги однозначно зависит от температуры, то коэффициент \mathbf{k} также может быть описан функцией от температуры с использованием кривой остаточной влажности [63,64] или эмпирических соотношений [28,65] (рисунок 1.3). Кроме этого для определения коэффициента \mathbf{k} эффективно используются соотношения на основе кривых водоудерживания, полученных для незамороженных ненасыщенных грунтов [6,66,67].

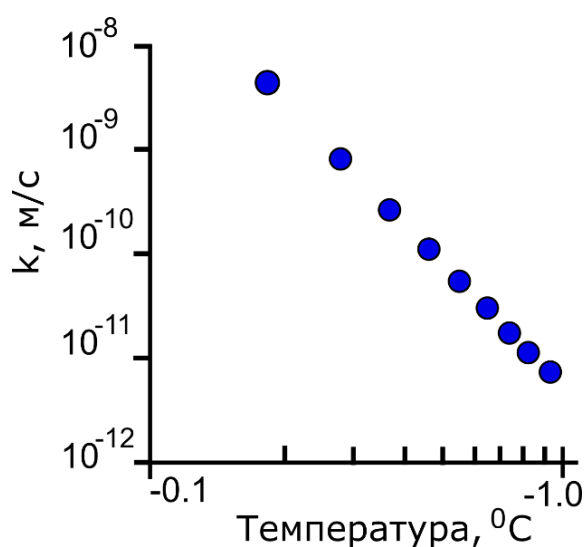


Рисунок 1.3 – Зависимость коэффициента влагопроводности алевролита от температуры [66]

Устоявшийся подход к расчету капиллярного потенциала ψ_m грунтовой воды заключается в использовании уравнения Клаузиуса-Клапейрона. В предположении, что вода и лед в грунте находятся в термодинамическом равновесии, данное уравнение следует из равенства химических потенциалов воды и льда [1,2,68]:

$$\frac{p_l - p_0}{\rho_l} - \frac{p_i - p_0}{\rho_i} = L \ln \frac{T}{T_{ph}}, \quad (1.6)$$

где p_0 – начальное гидростатическое давление, p_i – поровое давление льда, ρ_i , ρ_l – плотности льда и воды. При этом существует также другие формы записи уравнения Клаузиуса-Клапейрона [54,69].

Из уравнения Клаузиуса-Клапейрона следует, что капиллярный потенциал ψ_m однозначно определяется температурой грунта T . Вследствие этого зная распределение температуры T в грунте, можно оценить интенсивность криогенного всасывания. Также это означает, что кривые водоудерживания, определенные для ненасыщенных незамороженных грунтов, можно описать в зависимости от температуры T и использовать их для оценки остаточной влажности [47,62].

Несмотря на то, что уравнение Клаузиуса-Клапейрона широко применяется в моделях промерзания грунта для оценки капиллярного потенциала ψ_m и давления льда p_i , ведутся активные дискуссии о границах его применимости [39,54,69–72]. Главная причина этого заключается в том, что уравнение Клаузиуса-Клапейрона было выведено в предположении термодинамического равновесия между водой и льдом, однако в реальных условиях замораживания данное условие может не выполняться.

В [70] сделан вывод, что уравнение Клаузиуса-Клапейрона может быть использовано только в промерзающей зоне грунта, где возможны криогенные течения. В [54,71] отмечается, что термодинамическое равновесие нарушается при быстром замораживании грунта, поэтому использование уравнения Клаузиуса-Клапейрона в таком случае может привести к завышенной оценке скорости образования льда и величине криогенного всасывания. В [72] на основе экспериментальных измерений давления поровой влаги при отрицательной температуре утверждается, что уравнение предсказывает завышенное давление льда. В [69] заключено, что промерзание грунта, сопровождающееся миграцией влаги, деформированием грунта и льда, является неравновесным термодинамическим процессом, который по сравнению с равновесным характеризуется более высоким давлением поровой влаги и более низким давлением льда.

1.1.3 Изменение напряженно-деформированного состояния промерзающих грунтов

Промерзание грунта сопровождается изменением его напряженно-деформированного состояния, вызванного морозным пучением и усадкой [11,34,39]. Деформация пучения происходит при отрицательной температуре за счет объемного расширения, вызванного фазовым переходом воды в лед и миграцией влаги к фронту промерзания. В тоже время отток влаги и пучения в замороженной зоне приводит к консолидации незамороженного грунта и появлению деформации усадки.

Различают два условия промерзания грунта – условие *открытой системы*, когда в процессе промерзания обеспечивается постоянное водоснабжение грунта за счет внешних источников влаги, и условие *закрытой системы*, когда промерзающий грунт изолирован от внешнего водопритока. В случае промерзания грунта в условиях закрытой системы величина деформации пучения обусловлена только образованием льда из воды, изначально содержащейся в грунте. При промерзании грунта в условиях открытой системы, деформация пучения в значительной степени определяется образованием льда из воды, мигрировавшей из внешних источников.

Интенсивность миграции влаги и величина деформации пучения зависит от размера твердых частиц грунта и внешних условий. В соответствии с [51] высокая степень пучинистости достигается в грунтах, которые не менее чем на 3% от своей массы состоят из частиц размером мельче 2 мм. Внешние условия характеризуются механическим давлением и температурой. Повышение механического давления на грунт приводит к понижению температуры кристаллизации воды, уменьшению деформации морозного пучения и препятствует образованию мощных ледяных шпиров. В тоже время, повышение температурного градиента способствует повышению степени пучинистости грунта [11,39].

Современные экспериментальные исследования влияние внешних условий на процесс промерзания грунта представлены в работах Lai Y. [2], Guan H. [73], Wang D. [74], Ji Y. [77] с соавторами, содержащих результаты экспериментов по одностороннему замораживанию цилиндрических образцов алевритистой глины в условиях открытой системы (с подтоком влаги).

Lai Y. с соавторами [2] установили, что увеличение внешнего вертикального давления с 50 кПа до 100 кПа при замораживании образцов с температурой -1.5°C на верхнем торце и температурой 1.6°C на нижнем торце приводит к уменьшению абсолютной деформации морозного пучения на 46%. При этом увеличение температурного градиента с $0.31^{\circ}\text{C}/\text{см}$ до $0.65^{\circ}\text{C}/\text{см}$ (путем уменьшения температуры замораживания до -4°C и увеличения температуры на нижнем торце до 2.5°C) вызвало увеличение абсолютной деформации на 50%. Также было замечено, что при неизменном температурном градиенте абсолютная деформация морозного пучения увеличилась на 56% при уменьшении температуры замораживания с -4.2°C до -5°C .

Guan H. с соавторами [73] провели эксперименты по замораживанию образцов, находящихся под воздействием высоких вертикальных давлений вплоть до 6 МПа. На основе полученных результатов заключено, что несмотря на большую внешнюю нагрузку, в промерзающем грунте происходит миграция влаги к фронту промерзания и морозное пучение. При замораживании под давлением 2 МПа с температурой -5°C на верхнем торце и температурой 5°C на нижнем торце весь образец находился в состоянии сжатия. Однако, понижение температуры замораживания до -10°C привело к уменьшению величины сжимающей деформации на 67%. Также было отмечено, что увеличение внешнего давления с 0 до 6 МПа сопровождается понижением температуры кристаллизации поровой влаги с -1.078°C до -1.53°C .

Исследование перераспределения влаги в условиях закрытой системы, проведенное Wang D. с соавторами [74], так же показало, что движение влаги к фронту промерзания наблюдается даже при величине вертикального давления

6 МПа и с уменьшением температуры замораживания интенсивность миграции влаги увеличивается.

Важной для геотехнических приложений особенностью морозного пучения в грунтах является то, что ограничение объемного расширения грунта приводит к увеличению напряжения внутри его и повышению сил морозного пучения [75,76].

Ji Y. с соавторами [77,78] провели эксперименты по замораживанию с высоким градиентом температуры и упругим ограничителем деформаций на верхнем торце образца. При замораживании с температурой -20°C увеличение жесткости упругого ограничителя с 11.06 ГПа/м до 21.36 ГПа/м привело к увеличению давления морозного пучения с 65 кПа до 92.1 кПа. На основе результатов исследования была установлена экспоненциальная зависимость между давлением морозного пучения и коэффициентом пучинистости, что согласуется с результатами других авторов [79], полученных для суглинка.

Обзоры ранних подходов к моделированию морозного пучения представлены в работах [47,71,80]. Среди ранних моделей значительное развитие к настоящему времени получила модель недеформируемого льда (the rigid ice model), разработанная Miller R.D. [5] и O'Neill K. [29], и модель сегрегационного потенциала (the segregation potential model), построенная Konrad J.M. и Morgenstern N.R. [30–32].

В соответствии с моделью недеформируемого льда, разработанной только для одномерного процесса промерзания, падение температуры ниже температуры кристаллизации воды приводит к возникновению криогенного всасывания на границе между водой и льдом, что способствует миграции влаги в диапазоне отрицательных температур и формированию зоны промерзания между замороженной и незамороженной зонами грунта (the frozen fringe zone), характеризующейся низкой влажностью, интенсивным льдообразованием и выделением скрытой теплоты фазового перехода (рисунок 1.4).

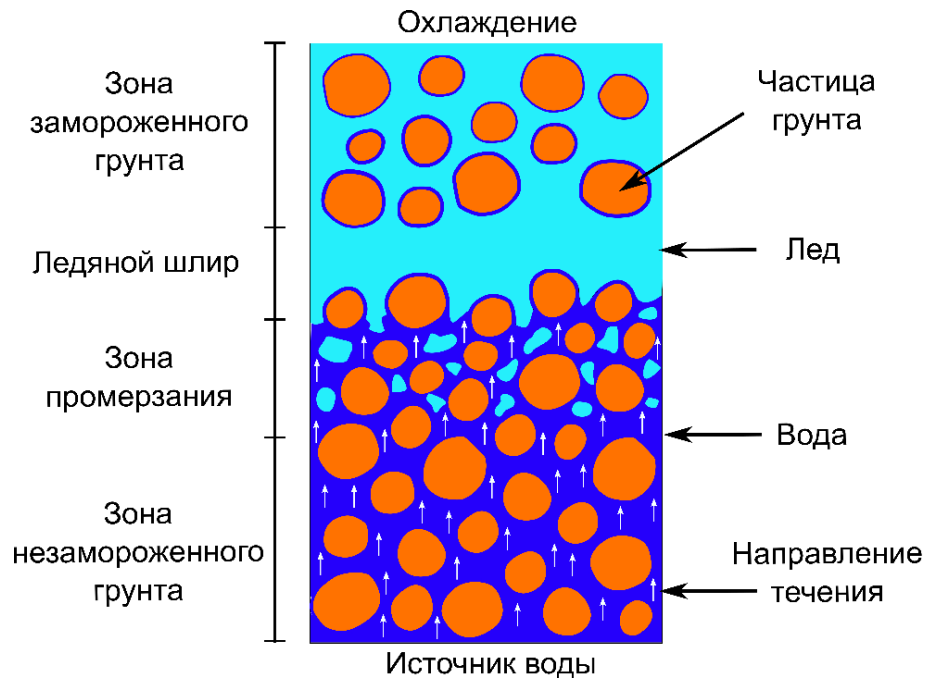


Рисунок 1.4 – Схема промерзания грунта в соответствии с моделью недеформируемого льда. Белые стрелки обозначают направление течения воды.

Тепло- и массоперенос в промерзающем грунте описывается на основе термогидравлической модели [25]. В предположении равенства химических потенциалов воды и льда криогенное всасывание, определяется из уравнения Клаузиуса-Клапейрона. Также данное уравнение применяется для расчета давления льда, которое увеличивается по мере понижения температуры.

Для описания напряжения в грунте используется понятие эффективного напряжения Bishop A.W. [4]:

$$\sigma = \sigma' - p, \quad (1.7)$$

где σ – полное напряжение, σ' – эффективное напряжение, p – эффективное поровое давление, которое вычисляется как взвешенная сумма порового давления льда p_l и воды p_w :

$$p = \chi p_l + (1 - \chi) p_w, \quad (1.8)$$

где χ – взвешивающий коэффициент.

В качестве критерия возникновения ледяного шпир в [5] было предложено условие равенства нулю эффективного напряжения. В тоже время в работах

[28,29] использован критерий превышения порового давления суммы вертикального напряжения и прочности грунта на растяжение.

Таким образом, в модели недеформируемого льда морозное пучение описывается как результат действия на грунт давления льда и формирования ледяных шпиров. Существенным недостатком данной модели является то, что она применима только для одномерного процесса промерзания, не учитывает усадку грунта перед фронтом промерзания и не позволяет рассчитать распределение полей напряжения и деформации в грунте.

В модели сегрегационного потенциала предполагается, что уравнение Клаузиуса-Клапейрона выполняется только на границе ледяного шпиря, примыкающей к зоне промерзания. Скорость потока влаги v_l в данной зоне описывается соотношением:

$$v_l = -SP_0 \text{grad}T, \quad (1.9)$$

где SP_0 – сегрегационный потенциал, зависящий от типа грунта, фильтрационных свойств, силы криогенного всасывания, вертикального механического давления.

Приращение деформации морозного пучения $\Delta\varepsilon^{fh}$, вызванное миграцией влаги и объемным расширением воды при ее кристаллизации, можно записать, как[32]:

$$\Delta\varepsilon^{fh} = 1.09q_l\Delta t + 0.09\alpha n\Delta x, \quad (1.10)$$

где q_l – величина плотности потока влаги, α – параметр, учитывающий количество незамерзшей воды в грунте, Δx толщина слоя грунта, в котором происходит замерзания воды за временной интервал Δt .

Образование ледяных шпиров начинается при температуре ниже температуры сегрегационного замерзания T_{sf} и прекращается при температуре ниже предельной температуры T_{sm} [30].

В отличие от предыдущей применимость данной модели не ограничивается одномерным процессом промерзания [81]. Недостатками модели являются необходимость определения сегрегационного потенциала для конкретного грунта, сложность в измерении температурных параметров в критерии формирования

ледяных шлиров, не учет усадки грунта и распределения полей напряжения и деформации.

1.1.4 Механическое поведение замороженных грунтов

В зависимости от величины нагрузки и времени ее воздействия в замороженном грунте могут возникать как обратимые, так и необратимые деформации [7,11]. Вследствие этого в общем случае мерзлый грунт следует рассматривать как упруго-вязко-пластический материал.

Упругие и прочностные характеристики влагонасыщенных грунтов в незамороженном и замороженном состоянии в значительной степени определяются количеством содержащихся в них незамороженной воды и льда. Данные характеристики могут быть описаны в зависимости от температуры T с использованием степенных соотношений [7,11,82,83]:

$$E = a_1 + a_2 |T|^{\alpha_1}, \quad T < T_{ph}, \quad (1.11)$$

$$\nu = a_3 + a_4 |T|, \quad T < T_{ph}, \quad (1.12)$$

$$c = a_5 + a_6 |T|, \quad T < T_{ph}, \quad (1.13)$$

$$\varphi = a_7 + a_8 |T|^{\alpha_2}, \quad T < T_{ph}, \quad (1.14)$$

где T – температура, E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, c – коэффициент сцепления, φ – угол внутреннего трения, a_i ($i=1, \dots, 8$), α_i ($i=1, 2$) – экспериментальные параметры.

С понижением температуры модуль упругости, коэффициент сцепления и угол внутреннего трения замороженного грунта возрастают, а коэффициент Пуассона снижается, то есть грунт становится более жестким и прочным. В тоже время увеличение внешней нагрузки способствует уменьшению модуля упругости, а увеличение продолжительности нагружения приводит к деградации прочностных свойств [7,11,82].

Упругопластическое деформирование замороженных грунтов

Многочисленные эксперименты по трехосному квазистатическому нагружению показывают, что предельное равновесное состояния замороженных грунтов зависит от бокового давления. Стандартными критериями, широко используемыми для расчета предельного состояния, являются критерии Мор-Кулона и Друкера-Прагера (Мизеса-Шейхера-Боткина) [11,82].

В соответствии с критерием Мор-Кулона наибольшее касательное напряжение τ_n на плоскости скольжения линейно связано с нормальным напряжением σ_n , действующим на этой же плоскости:

$$|\tau_n| = c - \sigma_n \operatorname{tg} \varphi. \quad (1.15)$$

Критерий Мор-Кулона не учитывает влияние промежуточного главного напряжения, а задаваемая им поверхность в пространстве главных напряжений имеет форму шестигранной пирамиды, что затрудняет его применение.

Для того чтобы исключить указанные недостатки, используется критерий Друкера-Прагера, согласно которому предельное состояния замороженного грунта описывается в пространстве главных напряжений конусом:

$$\sigma_{eq} = B - A\sigma_m. \quad (1.16)$$

где $\sigma_{eq} = \sqrt{3J_2}$ – интенсивность напряжения, J_2 – второй инвариант девиатора \mathbf{s} тензора напряжения $\boldsymbol{\sigma}$, σ_m – среднее напряжение, A , B – параметры, которые могут быть выражены через коэффициент сцепления c и угла внутреннего трения φ .

Описанные выше критерии могут быть применены только для описания линейной зависимости сдвиговой прочности замороженного грунта от среднего напряжения. Однако результаты испытаний показывают, что с ростом среднего напряжения до высоких значений данная зависимость становится нелинейной и происходит падение прочности вследствие плавления льда, разрушения частиц льда и грунта [11,84,85] (рисунок 1.5).

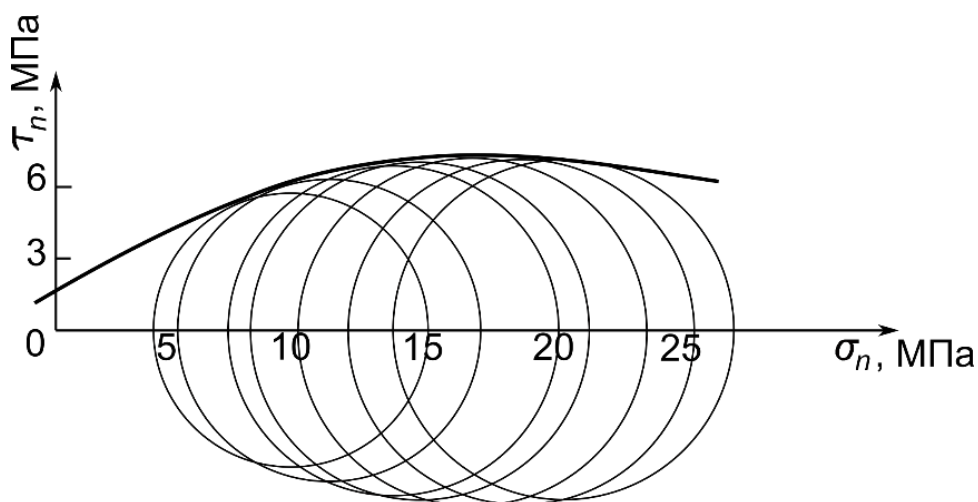


Рисунок 1.5 – Предельное напряженное состояние замороженного алевролита [85]

Результаты испытаний по трехосному сжатию образцов из замороженного песка (массовая влажность 15%), песчаной глины (массовая влажность 13%), алевролита (массовая влажность 13%) и алевролитистой глины (массовая влажность 16%), представленные в работах Yang Y. [85], Lay Y. [86], Liu X. [87] с соавторами, показали, что при температуре -6°C уменьшение сдвиговой прочности песчаных образцов начинается при превышении нормальным напряжением 13 МПа, песчано-глинистых образцов – 12 МПа, образцов из алевролита – 15 МПа, образцов из алевролитистой глины – 5 МПа.

Один из подходов к применению критериев (1.15), (1.16) для описания сдвиговой прочности в большом диапазоне нагрузок заключается в описании угла внутреннего трения и коэффициента сцепления в зависимости от нормального напряжения [87–89]. Также используются нелинейные или кусочно-линейные аналоги критерия Мор-Кулона, модификации критерия Друкера-Прагера [7,86,90]. Среди модификаций критерия Друкера-Прагера широко используется соотношение, предложенное Fish A.M. [88]:

$$\sigma_{eq} = c - \left(\sigma_m - \frac{\sigma_m^2}{2\sigma_{m,\max}} \right) \text{tg} \varphi. \quad (1.17)$$

где $\sigma_{m,\max}$ – среднее нормальное напряжение, при котором достигается максимальная прочность замороженного грунта.

Помимо модификаций критериев Мор-Кулона и Друкера-Прагера в последние десятилетия активно разрабатываются другие соотношения для расчета предельного состояния мерзлых грунтов. Большое распространение получил критерий на основе линии критического состояния [91] и критерий, предполагающий эллиптическую зависимость между интенсивностью напряжения и средним нормальным напряжением [85]. Также следует отметить критерий прочности на основе экспоненциальной зависимости между интенсивностью сдвигового напряжения и средним нормальным напряжением [92], модификации критериев Lade–Duncan [93] и Hoek–Brown [94].

Характер деформирования замороженного грунта при большой условно-мгновенной нагрузке является нелинейным и зависит как от касательного, так и среднего напряжения [95]. На кривой, выражающей зависимость касательного напряжения от осевой деформации, в общем случае можно выделить три участка: линейный упругий участок, нелинейный участок упрочнения, участок разупрочнения (рисунок 1.6).

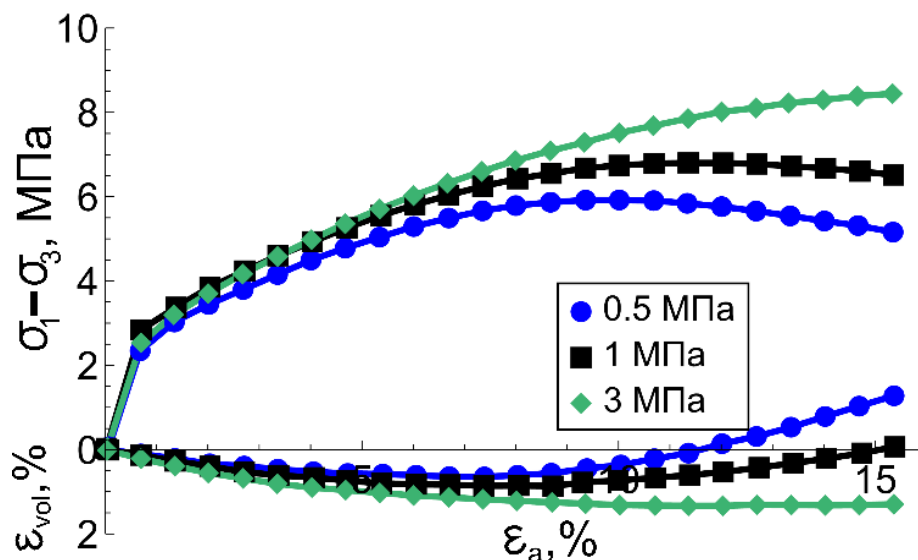


Рисунок 1.6 – Зависимость между напряжением / объемной деформацией и осевой деформацией в замороженном песке при различных величинах бокового давления (сжимающие напряжения положительны) [95]

На первом участке наблюдается линейная зависимость между деформацией и напряжением. Дальнейший рост величины деформации сначала сопровождается замедлением роста напряжения на втором участке, а затем гладко переходит в падение напряжения на третьем участке. Следует отметить, что длина участка упрочнения увеличивается с ростом бокового давления. Объемная деформация в начале нагружения является отрицательной, а образец находится в состоянии сжатия. При небольшом боковом давлении с увеличением нагрузки наблюдается явление дилатансии, связанным с объемным расширением грунта.

Описание напряженно-деформированного состояния мерзлого грунта является сложной задачей. Использование ассоциированных законов пластического течения с функциями текучести, имеющими вид критериев Мор-Кулона и Друкера-Прагера не позволяют описать упрочнение и разупрочнение грунта, а также приводит к избыточной оценке изменения объемной деформации вследствие дилатансии. По этой причине разрабатываются более сложные определяющие соотношения.

Lai Y. [86], Li Z. [96] со соавторами предложили модифицированные модели Duncan-Chang.

В работе Lai Y. с соавторами [97] построены определяющие соотношения, включающие в себя эллиптическую функцию текучести с параметром упрочнения, зависящим от величины пластической работы, и уравнения состояния для параметра поврежденности. Также параметр поврежденности применяется в модели Yang Y. со соавторами [98].

В работе Lai Y. со соавторами [93] описание механического поведения замороженного грунта проводится в рамках подхода неассоциированного закона пластического течения с несколькими функциями текучести. Эллиптическая функция текучести и пластический потенциал применяется для описания сжатия грунта, две параболические функции текучести и вместе с двумя пластическими потенциалами используются для описания сдвиговой деформации и дилатансии. Logia A.F.R. с соавторами [99] упростили описанную модель путем применения ассоциированного закона пластичности и сокращения общего количества

функций текучести с трех до двух. Первая функция является эллиптической и предназначена для описания пластической деформации объемного сжатия. Вторая функция – параболическая, она служит для описания дилатансии.

Xu X. с соавторами [100] для описания зависимости между пластической деформацией и напряжением замороженной лесс использовали ассоциированный закон пластичности с функцией текучести Мизеса и параметром упрочнения.

Помимо классических подходов теории пластичности для описания напряженно-деформированного состояния замороженных грунтов также используются менее распространенные подходы к построению определяющих соотношений, основанные на теории гипопластичности и микромеханики, Xu G. [101], Zhang D. [102].

Реологические свойства замороженных грунтов

Наличие в мерзлом грунте льда и незамороженной воды определяют возникновение и развитие в них реологических процессов – ползучести и релаксации напряжения [11,15].

Процесс развития во времени деформаций замороженных грунтов при постоянной нагрузке можно условно разделить на затухающую ползучесть и незатухающую ползучесть [11,103]. Незатухающая ползучесть включает в себя три стадии: стадию неустановившейся ползучести, стадию установившегося течения и стадию прогрессирующего течения (рисунок 1.7). Первые две стадии характерны для затухающей ползучести, при которой происходит асимптотическое стремление к нулю скорости деформирования.

Если напряжение в грунте превышает предел длительной прочности, то по прошествии некоторого времени с начала стадии установившего течения возникает стадия прогрессирующего течения, для которой характерна возрастающая скорость деформирования, заканчивающаяся разрушением или потерей устойчивости грунта.

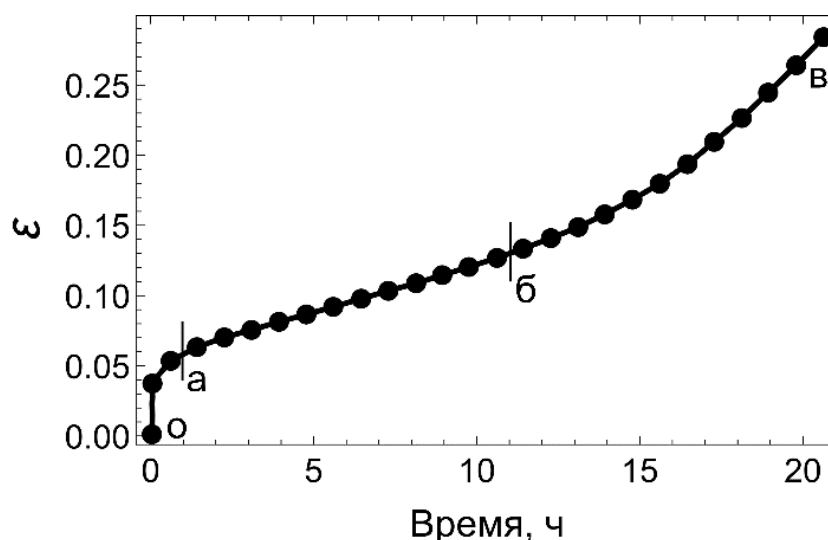


Рисунок 1.7 – Зависимость осевой деформации от времени в замороженной лессе участок оа – неустановившейся, аб – установившиеся, бв – прогрессирующая стадия ползучести [103]

Основными параметрами нагружения, влияющими на длительную прочность мерзлых грунтов, являются время нагружения и боковое давление. Результаты одноосных и трехосных экспериментов по длительному нагружению образцов из мерзлых грунтов показывают, что со временем длительная прочность мерзлого грунта снижается. На основании результатов трехосных испытаний на ползучесть образцов замороженной глины Вялов С.С. [15,103] предложил следующее соотношение, описывающие длительную прочность замороженного грунта на сдвиг $\tau_{f,t}$:

$$\tau_{f,t} = \frac{\beta}{\ln(t_f / B)}. \quad (1.18)$$

где, t_f – время начала прогрессирующего течения, β , B – параметры, определяемые экспериментально, причем параметр β зависит от среднего напряжения.

В [15] проведено обоснование данного соотношения на основе кинетической теории деформирования грунта. Дальнейшее развитие кинетической теории для расчета длительной прочности замороженного грунта выполнено Fish A.M. [105], Chen D. с соавторами [106]. В частности, авторы [106] предложили модификацию

соотношения (1.18) и провели сравнение различных соотношений для оценки длительной прочности на сдвиг по результатам трехосных испытаний образцов замороженной глины.

Так же, как и условно-мгновенная прочность, предел длительной прочности замороженного грунта зависит от бокового давления. Например, результаты трехосных испытаний на ползучесть образцов замороженной лесс, проведенных Zhou Z. с соавторами [103] при температуре -6°C , показали, что при боковом давлении 1 МПа, прогрессирующая стадия ползучести возникает при касательном напряжении 0.52 МПа, а в случае давления 6 МПа – при напряжении 1.41 МПа. Из трехосных испытаний глины при температуре -10°C установлено, что при боковом давлении 0 МПа, незатухающая ползучесть возникает при осевой нагрузке 3.6 МПа, а в случае давления 4 МПа – при нагрузке 9 МПа.

Другой особенностью процесса ползучести замороженных грунтов является то, что характер изменения объемной деформации зависит от соотношения между осевой нагрузки и боковым давлением [16,17]. В случае незатухающей ползучести образца грунта, вызванного одноосным сжатием с малой величиной бокового давления, грунт из состояния объемного сжатия со временем переходит в состояние объемного расширения. Если же боковое давление более значительное, то на прогрессирующей стадии течения происходит интенсивное сжатие грунта. В случае затухающей ползучести наблюдается сжатие образца в начале нагружения, после чего величина объемной деформации стабилизируется или релаксирует к нулю.

Например, эксперименты Зарецкого Ю.К. и Городецкого С.Е. [17] показали, что затухающая ползучесть, протекающая при величине среднего нормального напряжения 3 МПа и величине касательного напряжения 1.7 МПа в образцах замороженной супеси (с температурой -5°C , -10°C), характеризуется установившимся сжатием, а при величине касательного напряжения 2.6 МПа – объемная деформация сжатия со временем уменьшается. Незатухающая ползучесть при величине касательного напряжения 3.5 МПа сопровождается объемным расширением.

Также Zhou Z. вместе с соавторами [103] показали, что для замороженной лесс объемное расширение грунта наблюдается в процессе незатухающей ползучести при боковом давлении 1 МПа и касательном напряжении 0.52 МПа, а при давлении 6 МПа и касательном напряжении 1.41 МПа разрушение образца сопровождается сжатием.

Для описания зависимости длительной прочности на сдвиг от величины среднего напряжения широко используют критерии прочности Мор-Кулона, Друкера-Прагера и их модификации с коэффициентами прочности, измеренными для требуемого времени нагружения [7,11,15,82,107–109].

Среди соотношений, применяемых для расчета деформации затухающей ползучести ε^{cr} в зависимости от величины одноосного нагружения σ , хорошее согласование с экспериментальными данными дает степенное уравнение [7]:

$$\varepsilon^{cr} = \left(\frac{\sigma}{\xi} \right)^{1/m} t^{\lambda/m}, \quad (1.19)$$

где ξ , m , λ – параметры, определяемые опытным путем, причем параметр ξ зависит от температуры.

Зависимость ξ от температуры может быть выражена степенной, кусочно-линейной или экспоненциальной функциями [84,107]. На случай сложного напряженного состояния данное уравнение может быть обобщено как

$$\sqrt{J_2} = N(t)\varepsilon_{eq}^n - M(t)I_1\varepsilon_{eq}^m, \quad (1.20)$$

где $\varepsilon_{eq} = \sqrt{(2/3)\varepsilon_{ij} : \varepsilon_{ij}}$ – интенсивность деформации, $N(t)$, $M(t)$, n , m – параметры, определяемые из эксперимента.

Другой подход к обобщению соотношения (1.19) заключается в использовании закона Прандтля-Рейса в предположении, что неупругая объемная деформация в процессе ползучести постоянна, а среднее напряжение слабо влияет на величину сдвиговой деформации [84,110]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{cr} = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{m} \left(\frac{\sigma_{eq}}{\xi} \right)^{1/m} t^{(\lambda-m)/m} \frac{s_{ij}}{\sigma_{eq}}, \quad (1.21)$$

где s_{ij} компоненты девiatorа тензора напряжения.

Определяющие соотношения на основе (1.19), учитывающие влияния среднего напряжения и изменение объемной деформации в процессе ползучести предложены в работе Вялова С.С. и Хамеда А.С. [104]. Согласно их определяющим соотношениям интенсивность сдвиговой деформации ползучести γ_{cr} в процессе затухающего реологического течения задается как

$$\gamma_{cr} = \left(\frac{\tau}{A[1 - \sigma_m / H]} \right)^{1/m} (1 + \ln t), \quad (1.22)$$

где τ – интенсивность сдвигового напряжения, m , A , H – параметры, определяемые из эксперимента.

На стадии установившегося течения γ_{cr} описывается моделью вязкопластичности Бингама с критерием прочности Мизеса-Боткина:

$$\gamma_{cr} = \frac{\tau - \tau_{SH} [1 + P / H]}{\eta} t, \quad (1.23)$$

где η – параметр вязкости, τ_{SH} – параметр грунта.

Объемная деформация ползучести ε_{vol}^{cr} вычисляется как сумма деформации всестороннего сжатия, зависящей от среднего нормального напряжения по степенному закону, и деформации, связанной с дилатансией грунта:

$$\varepsilon_{vol}^{cr} = \left(\frac{3|\sigma_m|}{K} \right)^{1/k} F(t) + \Lambda \gamma_{cr}, \quad (1.24)$$

где $F(t) = \ln t$ на стадии затухающей ползучести, $F(t) = t$ на стадии установившегося течения, K – объемный модуль, Λ – коэффициент дилатансии, k – материальный параметр.

В последнее время активно разрабатываются модели, способные описать рост деформации мерзлых грунтов на стадии прогрессирующего течения. Большое количество из существующих определяющих соотношений построено на основе реологической структурной модели Nishihara M. [111]. Классическая модель Nishihara M. (рисунок 1.8) состоит из последовательно соединенных упругого тела Гука, вязкоупругого тела Кельвина и вязкопластического тела Бингама, что позволяет с помощью нее хорошо описывать только процесс

затухающей ползучести. Для расчета деформирования грунта при незатухающей ползучести Li D.W. с соавторами [108] предложили модификацию модели, в которой начало вязкопластического течения определяется с использованием поверхности текучести, имеющей вид модифицированного критерия Друкера-Прагера (1.17), а для расчета вязкопластической деформации применяется соотношение, полученное на основе модели Perzyna P. в предположении ассоциированного закона пластического течения [112]:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{vp} = \left\langle \frac{f_y}{f_0} \right\rangle \left(\frac{t}{\eta_2} \right) \frac{\partial f_y}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (1.25)$$

где f_y – поверхность текучести, η_2 – параметр вязкости в теле Бингама, f_0 – материальный параметр, $\langle \cdot \rangle$ – скобки Маколея.

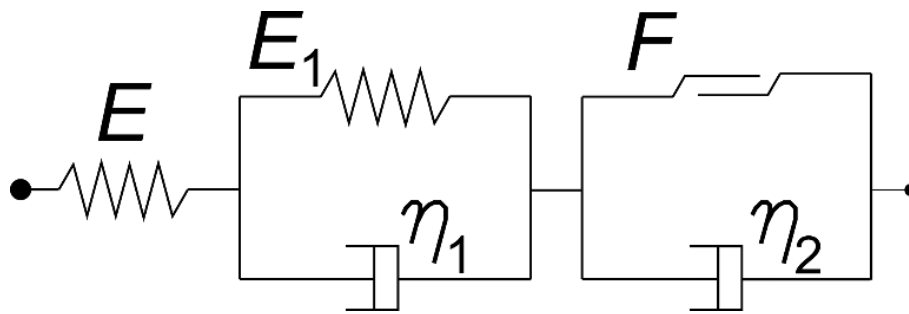


Рисунок 1.8 – Структурная реологическая модель Nishihara M.

В модификации разработанной Hou F. с соавторами [113] параметр вязкости тела Бингама определяется из кинетического уравнения, зависящего от параметра упрочнения. В качестве поверхности текучести используется критерий Мизеса. Также вводятся соотношения для расчета свойств тела Кельвина в зависимости от величины нагружения и параметра поврежденности, влияющего на величину касательного напряжения в случае превышения предела длительной прочности на сдвиг.

Zhu Z.Y. с соавторами [114] выполнили упрощение модели Hou F. По сравнению с моделью Nishihara M. дополнительное кинетическое уравнение записывается только для параметра вязкости в теле Кельвина. При этом расчет вязкопластической деформации, выполняется так же с использованием параметра

поврежденности и критерия Мизеса. Другую модификацию модели Ноу F. предложил Ли D. с соавторами [109]. В данной модели в тела Кельвина и Бингама вводятся вязкие элементы дробного порядка, а для определения начала вязкопластического течения используется критерий Друкера-Прагера.

Помимо модификаций модели Nishihara M. также разрабатываются другие структурные модели. Wang S. с соавторами [115] построил модель, состоящую из последовательно соединенных тел Максвелла, Кельвина и Бингама. Liao M. с соавторами [116] предложил модель, состоящую из последовательно соединенных тел Максвелла и Бингама с вязкими элементами дробного порядка. В дополнение к этому в модель добавлено кинетическое уравнение, определяющее влияние поврежденности на параметр вязкости в модели Бингама. Расчет вязкопластической деформации в данных моделях выполнялся с использованием соотношения (1.25) и функции текучести вида (1.17).

Кроме построения структурных моделей существуют также другие подходы к описанию ползучести. Yao X. с соавторами предложили определяющие соотношения на основе модифицированной модели Cam-Clay, дополненной уравнением для расчета уменьшения коэффициента сцепления со временем [117]. В работах Xu G. [118], Wand P. [119], Liu E. [120] с соавторами разработаны модели в рамках теорий гипопластичности, микромеханики, термoporомеханики.

1.2 Связные термогидромеханические модели

Основой для построения математических моделей промерзания грунта в рамках механики сплошной среды, являются фундаментальные законы сохранения массы, импульса, а также первое и второе начало термодинамики. В зависимости от рассматриваемых процессов, возникающих при промерзании грунта, разработанные математические модели могут быть разделены на три группы.

Модели первой группы принимают во внимание только процессы теплопереноса и массопереноса в промерзающем грунте и позволяют рассчитать

распределение температуры, порового давления, содержания поровой воды и льда. Данные модели представлены в работах Иванова Н.С. [14], Кожевникова Н.Н. [35], Бровки Г.П. [40], Пермякова П.П. [41], Горелика Я.Б. [45], Вабищевича П.Н. [46], Семина М.А. и Левина Л.Ю. [121], Harlan R.L. [25], Jame Y.W. и Norum D.I. [59], Bronfenbrener L. и Bronfenbrener R. [70,122], а также Tan X. [123], Vitel M. [124], Huang S. [125], Alzoubi M.A. [126] с соавторами.

Модели второй группы направлены на совместный расчет температуры и напряженно-деформированного состояния. Построение данного типа моделей выполнено в работах Кроника Я.А. [36,37], Кудрявцев С.А. [43,44], Васильева М. с соавторами [127], Michalowski R.L. и Zhu M. [80], Cai H. [128] с соавторами.

Недостаток моделей первой группы, серьезно ограничивающий их применение для исследования искусственного замораживания грунтов в геотехнических приложениях, заключается в отсутствии уравнений для описания механического поведения грунта. В моделях второй группы отсутствует уравнения для расчета изменения поровой влаги и, как следствие, не учитывается его влияния на напряженно-деформированное состояние грунта в процессе промерзания.

Данная работа посвящена развитию моделей промерзания влагонасыщенного грунта третьей группы, которые вместе с уравнениями переноса тепла и массы включают в себя уравнение равновесия и определяющие соотношения для расчета напряженно-деформируемого состояния.

Одна из первых математических моделей промерзания влагонасыщенного грунта с учетом термо-гидро-механических эффектов представлена в работе Mu S. и Ladanyi B. [110]. Для построения модели приняты следующие предположения.

1. Миграция поровой воды в замороженной и незамороженной зоне грунта происходит только в жидком состоянии, течения газовой фазы (пар и воздух) не рассматривается.

2. Влиянием солей, растворенных в поровой воде, на процесс промерзания грунта пренебрегается.

3. Влияние внешней нагрузки на температуру кристаллизации воды не рассматривается.

4. Усадка грунта при промерзании не рассматривается.

5. Объем частиц грунта в процессе промерзания остается постоянным.

6. Незамороженный грунт является упругим, однородным и изотропным материалом.

7. В замороженном состоянии грунт остается изотропным материалом, с модулем упругости, зависящим от температуры, но не зависящим от скорости нагружения и величины бокового давления.

Модель включает в себя законы сохранения тепла, массы и уравнение равновесия.

Уравнения теплопереноса и массопереноса имеют следующий вид:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{q}_{cond} = Q_{ph}, \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial t} + \frac{\rho_i}{\rho_l} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{v}_l = 0, \quad (1.27)$$

где θ_l, θ_i – объемное содержание воды и льда.

Скорость воды \mathbf{v}_l определяется выражением (1.5), в котором потенциал влаги ψ , равен давлению воды p_l . Коэффициент влагопроводности предполагается зависящим от температуры T .

Количество незамороженной воды при отрицательной температуре описывается кривой остаточной влажности $\theta_l = \theta_l(T)$. Из уравнения для миграции влаги определяется количество льда, при этом для расчета давления жидкости используется модификация уравнения Клаузиуса-Клапейрона, учитывающая влияния внешней нагрузки:

$$p_l = p_{hydr} + \alpha P + \beta L \rho_i \ln \frac{T}{T_{ph}}, \quad (1.28)$$

где α, β – материальные параметры, P – механическое давление.

Давление льда в промерзающей зоне (the frozen fringe) задается линейной функцией, равной нулю на фронте фазового перехода и механическому давлению P в точке с наименьшей температурой.

Для описания напряженно-деформированного состояния грунта в процессе замораживания вводится дополнительная деформация, вызванная миграцией воды к фронту промерзания вследствие криогенного всасывания и объемным расширением воды при замерзании:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{fh} = \varepsilon^{fh} \mathbf{I}, \quad (1.29)$$

$$\varepsilon^{fh} = 0.09(\theta_0 + \Delta\theta - \theta_l) + \Delta\theta + (\theta_0 - n), \quad (1.30)$$

где \mathbf{I} – единичный тензор, θ_0 – начальная объемное содержание воды, $\Delta\theta$ – прирост объемного содержания воды вследствие миграции, n – пористость.

В модели также учитывается деформация ползучести $\boldsymbol{\varepsilon}^{cr}$, возникающая в мерзлом грунте при длительном воздействии нагрузки. Для расчета деформации $\boldsymbol{\varepsilon}^{cr}$ используется соотношение вида (1.21).

Полная деформация грунта определяется в соответствии с законом аддитивности малых деформаций как:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{cr} + \boldsymbol{\varepsilon}^{fh}, \quad (1.31)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ – тензор упругой деформации.

Зависимость между тензорами напряжения $\boldsymbol{\sigma}$ грунта и упругой деформации $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ задается законом Гука:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el}, \quad (1.32)$$

где \mathbf{C} – тензор модулей упругости.

Тензор напряжения $\boldsymbol{\sigma}$ находится из уравнения равновесия:

$$\text{div} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}, \quad (1.33)$$

где \mathbf{f} – плотность распределения объемных сил.

Разработанная модель была верифицирована с использованием данных лабораторных экспериментов Penner E. [130] по одностороннему замораживанию образцов грунта при воздействии внешнего давления. Сравнение результатов численного моделирования с данными испытаний показало, что модель хорошо описывает положение границы промерзания грунта. Однако предсказываемое

моделью распределение воды и льда в грунте, а также вычисленные абсолютные деформации пучения значительно отличаются от наблюдаемых.

Lay Y.M. с соавторами [131] применили аналогичную модель для исследования влияние морозного пучения грунта и течения подземных вод на подземный туннель. В работе Selvadurai A.P.S. с соавторами [132] показано, что путем калибровки коэффициента влагопереноса можно добиться хорошего соответствие между величинами абсолютной деформации морозного пучения, рассчитанной с помощью модели и измеренной в эксперименте [130]. В другой работе этих же авторов [133] для описания реологического поведения грунта были использованы соотношения вязкопластического течения Perzyna P. с поверхностью текучести на основе критерия Мор-Кулона. Модифицированная модель была применена для расчета влияния морозного пучения на подземный трубопровод.

Усложненная модель промерзания влагонасыщенного грунта, разработанная с использованием аналогичных принципов, представлена в работе Liu Z. и Yu X. [134]. В этой модели расчет скорости воды v_l проводится с учетом влияния гравитации и температурного градиента:

$$v_l = -k(\text{grad } h + \mathbf{i}) - k_T \text{ grad } T, \quad (1.34)$$

где k – коэффициент влагопроводности, связанный с напором h , k_T – коэффициент влагопроводности, связанный с температурным градиентом, \mathbf{i} – единичный вектор, указывающий направления силы гравитации.

Напор влаги h определяется из уравнения сохранения массы, а температура T из уравнения сохранения энергии с учетом конвективного теплопереноса.

Расчет количества незамороженной воды при отрицательной температуре и коэффициента K выполняется с использованием соотношений Van Genuchten M.T. для кривой водоудерживания [135]:

$$S_l = \frac{\theta_l - \theta_r}{\theta_0 - \theta_r} = (1 + |\alpha h|^n)^{-m}, \quad (1.35)$$

$$k = k_0 S_l \left[1 - (1 - S_l^{1/m})^m \right]^2, \quad (1.36)$$

где S_l – влагонасыщенность, θ_0, θ_r – начальное и минимальное объемное содержание незамороженной воды в грунте, k_0 – коэффициент влагопроводности незамороженного грунта, α, n, m – материальные параметры.

Коэффициент k_T задается на основе термодинамического подхода к описанию миграции влаги [136].

Для расчета объемного содержания льдистости используется уравнение Клаузиуса-Клапейрона:

$$\frac{d\theta_i}{dT} = \frac{L}{gT} \frac{d\theta_l}{dT}. \quad (1.37)$$

Моделирование напряженно-деформированного состояния проводится в предположении, что влагонасыщенный грунт является линейно-упругим материалом. Полная деформация промерзающего грунта определяется соотношением:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{th} + \boldsymbol{\varepsilon}^{tr} + \boldsymbol{\varepsilon}^{hp} + \boldsymbol{\varepsilon}^0. \quad (1.38)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}^{th} = \alpha(T - T_0)\mathbf{I}$ – тензор температурной деформации, $\boldsymbol{\varepsilon}^{tr} = 0.09\theta_l\mathbf{I}$ – тензор деформации, вызванной объемным расширением воды при ее фазовом переходе в лед, $\boldsymbol{\varepsilon}^{hp} = \frac{h}{H}\mathbf{I}$ – тензор деформации, связанный с изменением напора h , $\boldsymbol{\varepsilon}^0$ – тензор начальной деформации, H – материальный параметр.

Модель была верифицирована по данным мониторинга влажности и температуры дорожного полотна. Сравнительный анализ показал, что температура, полученная в результате численного моделирования, отличается от полевых измерений не более чем на 1 градус, а влажность – не более чем на 0.009.

Другой подхода к развитию модели Mu S. и Ladanyi B. отражен в работе Li S. с соавторами [83]. В данной модели уравнение для массопереноса приведено к параболическому виду относительно объемного содержания воды θ_l путем записи скорости течения \mathbf{v}_l в следующем виде:

$$\mathbf{v}_l = -D\text{grad}\theta_l - k\mathbf{i}. \quad (1.39)$$

где D – коэффициент диффузии влаги, k – коэффициент влагопроводности, зависящие от объемного содержания воды θ_l .

Количество незамерзшей воды в замороженной зоне грунта задается степенной функцией от температуры T :

$$\theta_l = a_1(T_{ph} - T)^{b_1}, \quad (1.40)$$

где a_1, b_1 – материальные параметры.

Объемное содержание воды θ_l определяется из уравнения баланса массы, температура T – из уравнения теплопроводности, аналогичного уравнению (1.26).

Механическое поведение промерзающего грунта описывается с учетом деформации пучения и вязкопластической деформации. Для расчета величины деформации морозного пучения используется соотношение (1.29), (1.30). Вязкопластическая деформация определяется моделью Perzyna Р. с использованием ассоциированного закона пластического течения с критерием текучести Друкера-Прагера.

Разработанная модель была применена для анализа процесса промерзания грунта водного канала. Показано, что полученное в результате моделирования изменение температуры со временем и распределение абсолютной деформации морозного пучения по глубине канала находятся в хорошем соответствии с измерениями, проведенными в наблюдательных скважинах.

В недавней работе Li S. с соавторами [137] соотношение (1.30) для расчета величины деформации морозного пучения заменено на выражение для расчета величины приращения этой деформации:

$$\Delta \varepsilon^{fn} = \theta_l(t + \Delta t) + \theta_i(t + \Delta t) - n(t), \quad (1.41)$$

Модифицированная модель была верифицирована по данным лабораторного эксперимента по одностороннему замораживанию образцов из алевролитистой глины в условиях открытой системы. Рассчитанные кривые изменения температуры и абсолютной деформации морозного пучения от времени показали хорошее качественное и количественное согласование с измерениями.

В последние два десятилетия построение термогидромеханических моделей активно проводится с использованием соотношений теории поромеханики и понятия эффективного напряжения.

Среди первых работ можно выделить модель, разработанную Neaupane К.М. с соавторами [138]. В данной модели промерзающий грунт рассматривается как двухфазная анизотропная пороупругая среда, состоящая из твердой и жидкой фаз.

Уравнение баланса массы для жидкости записывается в следующем виде:

$$nS_l \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \rho_l n \frac{\partial S_l}{\partial t} = \rho_l n S_l \operatorname{div} \mathbf{v}_l - \rho_l S_l \operatorname{div} \mathbf{v}_s, \quad (1.42)$$

где S_l – влагонасыщенность, \mathbf{v}_l – скорость жидкой фазы, \mathbf{v}_s – скорость твердой фазы.

Скорость \mathbf{v}_l определяется законом Дарси, который в соответствии с (1.5) записывается как

$$\mathbf{v}_l = -\mathbf{k} \operatorname{grad} \psi, \quad (1.43)$$

$$\psi = \frac{p_l}{\rho_l g} + z, \quad (1.44)$$

где ψ – потенциал грунтовой влаги, \mathbf{k} – коэффициент влагопроводности, g – ускорение свободного падения, z – координата, соответствующая вертикальному направлению.

Плотность жидкости ρ_l выражается через линейную комбинацию температуры T и давления p_l с использованием коэффициентов термического расширения $\alpha_{l,T}$ и сжимаемости $\alpha_{l,p}$:

$$\rho_l = \rho_{l,0} \left[1 - \alpha_{l,T} (T - T_0) + \alpha_{l,p} (p - p_0) \right], \quad (1.45)$$

где T_0, p_0 – начальные температура и поровое давление.

В дополнение к этому посредством введения коэффициента дифференциальной влагоемкости грунта C_l^{spw} устанавливается соответствие между влагонасыщенностью и потенциалом грунтовой влаги:

$$\rho_l n \frac{\partial S_l}{\partial t} = \rho_l C_l^{spw} \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (1.46)$$

Из уравнения баланса массы для твердой фазы в предположении постоянства плотности выводится кинетическое уравнение для пористости:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (1 - n) \operatorname{div} \mathbf{v}_s. \quad (1.47)$$

Закон сохранения энергии записывается в предположении термодинамического равновесия между жидкой и твердой фазы с учетом тепла, выделяющегося при деформировании скелета. Мощность теплового источника, связанного с деформированием, записывается как

$$Q_{sk} = (1 - n)\alpha_{T,s} \frac{\partial \varepsilon_{vol}^{el}}{\partial t}. \quad (1.48)$$

где $\alpha_{T,s}$ – коэффициент термического расширения твердой фазы, ε_{vol}^{el} – объемная упругая деформация.

Расчет напряжения выполняется из уравнения равновесия (1.33), записанного относительно тензора полного напряжения σ пористой среды. Полное напряжение σ выражается через эффективное напряжение σ' твердого скелета и поровое давление влаги p_l :

$$\sigma = \sigma' - \chi p_l \mathbf{I}, \quad (1.49)$$

где χ – коэффициент Бишопа, зависящий от влагонасыщенности.

Для верификации разработанной модели авторами работы были проведены эксперименты по искусственному замораживанию и оттаиванию призматических лабораторных образцов из двух видов песчаника. Сравнение с экспериментальными данными показало, что данная модель достаточно хорошо предсказывает распределение температуры. Однако рассчитанное распределение деформации грунта значительно отличается от измеренной в эксперименте, как качественно, так и количественно. При этом отмечается, что наблюдаемое различие может быть связано с возникновением неупругой деформации, которая в модели не учитывается.

В работе [139] модель дополнена определяющими соотношениями для расчета пластической деформации на основе критерия Мор-Кулон. В результате удалось добиться лучшего количественного совпадения рассчитанной деформации в грунте с экспериментальными данными. Модифицированная модель была использована для моделирования подземного хранилища сжиженного газа.

Схожий подход к построению термогидромеханической модели был использован Li N. с соавторами [140]. Однако в данной работе при расчете полного напряжения твердого скелета в дополнение к поровому давлению влаги p_l также учитывается давление, вызванное деформацией пучения $\boldsymbol{\varepsilon}^{fh}$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - \chi p_l \mathbf{I} - \lambda_{Lame,i} \boldsymbol{\varepsilon}^{fh}, \quad (1.50)$$

где $\lambda_{Lame,i}$ – параметр Ламе для льда. Выражение для расчета деформации пучения записывается как

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{fh} = \frac{1}{3} \varepsilon^{fh} \mathbf{I}, \quad (1.51)$$

$$\varepsilon^{fh} = \frac{\alpha(\theta_{l,0} - \theta_l)\theta_{l,0}}{\theta_{l,0} + \gamma_{s,m} / \gamma_{s,d}}, \quad (1.52)$$

где α – материальный параметр, $\theta_{l,0}$ – начальная объемная влажность, θ_l – текущая объемная влажность, $\gamma_{s,m}$, $\gamma_{s,d}$ – вес грунта в насыщенном и сухом состояниях.

С использованием разработанной модели было исследовано поведение песчано-гравийного фундамента свай при замерзании и оттаивании.

В ходе дальнейшего развития модели [141] для расчета напряженно-деформированного состояния было использовано эффективное напряжение вида Bishop A.W. с учетом порового давления льда p_l (1.7), (1.8). Давление льда вычислялось из уравнения механического равновесия в предположении, что в состоянии равновесия полное напряжение равно поровому давлению льда, а напряжение скелета определяется поровым давлением влаги p_l .

Проверка адекватности модели проводилась по результатам эксперимента замораживания лабораторных образцов, представленных в Renner E. [130]. Проведенное сравнение показало, что разработанная модель корректно описывает продвижение фронта промерзания вдоль образца и качественно описывает увеличение абсолютной деформации морозного пучения. Однако вычисленная деформация была меньше измеренной в эксперименте.

В качестве следующего шага в развитии модели Neaurane K.M. может быть рассмотрена работа Vekele Y.W. с соавторами [142]. В их модели промерзающий

грунт рассматривается в качестве трехфазной пористой среды, состоящей из воды, льда и частиц грунта. Массоперенос в пористой среде описывается следующим уравнением:

$$n(\rho_l - \rho_i) \frac{\partial S_l}{\partial t} + \rho_l \operatorname{div} \mathbf{v}_l + \rho_i \operatorname{div} \mathbf{v}_i + (\rho_l S_l + \rho_i S_i) \operatorname{div} \mathbf{v}_s = 0, \quad (1.53)$$

где \mathbf{v}_i , \mathbf{v}_s – скорости движения льда и частиц грунта.

При этом предполагается, что изменение пористости описывается (1.47), а плотность воды и льда постоянны. Скорость течения воды \mathbf{v}_l задается законом Дарси, а скорость движения льда \mathbf{v}_i выражается через \mathbf{v}_l :

$$\mathbf{v}_i = \frac{S_i}{S_l} \mathbf{v}_l, \quad (1.54)$$

Согласно авторам модели, данное выражение означает, что часть воды, мигрирующей к фронту промерзания, переходит в лед.

Для расчета остаточной влагонасыщенности и коэффициента фильтрации используется соотношения Van Genuchten.

Уравнение сохранения энергии записывается с учетом теплопроводности, конвекции и скрытой теплоты фазового перехода, но в пренебрежении тепла, выделяющегося при деформировании грунта:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + C_l \mathbf{v}_l \operatorname{grad} T - \operatorname{div} \mathbf{q}_{cond} = Q_{ph}. \quad (1.55)$$

Расчет эффективного напряжения проводится в соответствии (1.50), где поровое давление определяется с учетом порового давления льда p_i (1.8). Давление льда вычисляется из уравнения Клаузиуса-Клайперона. Величина объемной деформации ε^{ph} определяется согласно следующему уравнению:

$$\frac{\partial \varepsilon^{ph}}{\partial t} = \frac{n(\rho_l - \rho_i)}{\rho_l S_l + \rho_i S_i} \frac{\partial S_i}{\partial t}, \quad (1.56)$$

Эффективность предложенной модели исследовалась на нескольких тестовых задачах, связанных с исследованием состояния газовой трубы в промерзающем грунте. Показано, что вычисленная с помощью модели

деформация морозного пучения грунта качественно хорошо согласуется с измерениями, но несколько меньше их.

Еще одна модель, уравнения которой выводятся в рамках подхода Neaupane К.М., представлена в работе Huang S. с соавторами [48]. В отличие от модели Bekele Y.W. здесь учитывается изменение плотности воды в соответствии с соотношением (1.45), а скоростью движения льда пренебрегается. Скорость течения воды v_l задается на основе закона Дарси и теории сегрегационного потенциала:

$$v_l = -\mathbf{k} \text{grad}(p_l - \rho_l \mathbf{g}) - SP_0 \text{grad}T, \quad (1.57)$$

где SP_0 – сегрегационный потенциал.

Коэффициент фильтрации \mathbf{k} вычисляется из соотношений Van Genuchten. При этом кривая остаточной влажности описывается экспоненциальной функцией от температуры T :

$$S_l = \exp[\alpha(T - T_{ph})], \quad (1.58)$$

где α – параметр, зависящий от грунта.

Расчет механического поведения промерзающего грунта выполняется с использованием эффективного напряжения вида Bishop A.W. (1.7), (1.8), в котором поровое давления льда определяется из уравнения Клаузиуса-Клайперона.

Верификация модели выполнена по экспериментальным данным, представленным в работе Neaupane К.М. [138]. Сравнительный анализ показал, что по сравнению с моделью Neaupane К.М. разработанная модель более точно качественно и количественно описывает изменение температуры и распределения деформации пучения по образцу.

Детальный анализ процесса промерзания влагосодержащих пористых сред представлен в рамках теории поромеханики Coussy O. [3,143]. В данной теории промерзающая среда предполагается трехфазной, состоящей из воды, льда и твердого скелета. При этом дополнительно может быть рассмотрена четвертая фаза – воздух и пар.

На основе теории пороупругости Био М.А. [144] полное напряжение σ влагонасыщенной пористой среды записывается как

$$\sigma = \sigma' - bp\mathbf{I} - 3K_s\alpha_{T,s}(T - T_0)\mathbf{I}, \quad (1.59)$$

где K_s – объемный модуль твердого скелета, T_0 – начальная температура, $\alpha_{T,s}$ – коэффициент температурного расширения пористой среды, $b = b_i + b_l$, b_j , $j = i, l$ – коэффициент Био пористой среды в незамороженном и замороженном состояниях.

Поровое давление вычисляется из соотношения (1.8) с дополнительным слагаемым, равным $-2U/3$ и связанным с энергией поверхностного натяжения между фазами.

Состояние фазового равновесия между водой и льдом задается в пренебрежении сжимаемостью воды и температурным расширением как

$$p_i - p_l = \Sigma_f(T_{ph} - T), \quad (1.60)$$

где Σ_f – энтропия кристаллизации воды на единицу объема [145].

Изменение пористости в процессе промерзания описывается как

$$n_j = b_j\varepsilon + \frac{p_j - 2U/3}{N_j} + \frac{p_i - 2U/3}{N_i} - 3\alpha_{T,j}(T - T_{ph}), \quad (1.61)$$

где n_j , N_j – пористость и касательный модуль Био в замороженной и незамороженной среде, $\alpha_{T,j}$ – коэффициенты температурного расширения льда и воды ($j = i, l$).

В работе Coussy О. [3] было теоретически показано, что предложенные соотношения позволяют оценить изменение объемной деформации насыщенной пористой среды, вызванное объемным расширением при кристаллизации воды, миграцией влаги к фронту промерзания, а также силами поверхностного натяжения на границах фаз.

В работах Voukpeti N. [146], Zhou М.М и Meschke G. [147] данные теоретические представления использованы для построения термогидромеханических моделей промерзания грунтов. Модель Voukpeti N. [146] разработана для одномерного случая без учета конвективного

теплопереноса. Модель Zhou M.M и Meschke G. [147] является более общей и была применена для численного моделирования формирования ЛПО путем искусственного замораживания.

Описание массопереноса в данной модели проводится в предположении, что скорость льда \mathbf{v}_i относительно скелета много меньше, чем скорость движения воды \mathbf{v}_l , вследствие чего ею можно пренебречь:

$$\frac{\partial n\rho_l S_l}{\partial t} + \frac{\partial n\rho_i S_i}{\partial t} + \operatorname{div}\rho_l \mathbf{v}_l = 0, \quad (1.62)$$

Для расчета скорости течения воды \mathbf{v}_l применяется закон Дарси. Соотношения Van Genuchten применяются для расчета остаточной влажности и коэффициента фильтрации. Для определения криогенного всасывания используется выражение (1.60).

Уравнение теплопереноса трехфазной среды записывается, исходя из теории Coussy O [143], разработанной для ненасыщенных пористых сред:

$$\left(\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{q}_l \right) T + \operatorname{div} \mathbf{q}_{cond} = \Phi_M, \quad (1.63)$$

где Σ – энтропия трехфазной среды на единицу объема, Φ_M выражает диссипацию энергии, вызванную течением вязкой жидкости через пористую среду.

Механическое поведение промерзающей пористой среды и эволюция ее пористости описывается с использованием соотношений пороупругости (1.59), (1.61) без учета влияния энергии поверхностного натяжения, поскольку ее вклад пренебрежимо мал.

Проверка адекватности модели была выполнена посредством решения тестовых задач. Корректность расчета температуры проверена путем сравнения результатов расчета с решением уравнения теплопереноса с учетом скрытой теплоты фазового перехода, полученным Lackner R. с соавторами [148]. На основе сравнения с аналитическими решениями задачи консолидации Терцаги К. и задачи о деформировании замораживаемого кубического образца грунта показана возможность разработанной модели описывать поровое давление в грунте и его напряженно-деформированное состояния. После этапа верификации было

проведено численное моделирование влияние течения подземных вод на процесс искусственного замораживания грунта при проходке туннеля.

Применение теории поромеханики Coussy О. [3,143] к описанию напряженно-деформированного состояния промерзающих грунтов выполнено также Tounsi Н. с соавторами [149].

По аналогии с предыдущей моделью для описания массопереноса используется закон Дарси и соотношения Van Genuchten. Капиллярное давление в промерзающем грунте определяется выражением:

$$p_c = p_i - p_l = \rho_i L \langle 1 - T / T_{ph} \rangle. \quad (1.64)$$

где $\langle \cdot \rangle$ – скобки Маколея.

Теплоперенос описывается уравнением аналогичным уравнению (1.55).

С использованием разработанной модели было исследовано перемещение горизонтальной выработки, пройденной в искусственно замораживаемом породном массиве для добычи урана. Рассчитанное перемещение стенки выработки имело хорошее совпадение с полевыми измерениями. При этом сравнение результатов моделирования с данными мониторинга температуры, показало, что модель позволяет с высокой точностью описывать изменение температуры на различных глубинах.

В следующей работе Tounsi Н. с соавторами [150] модель была расширена путем учета влияния концентрации минеральных солей, содержащихся в грунте, на процесс замораживания. Проведенные натурные и вычислительные эксперименты показали, что наличие минеральных солей в грунте оказывает влияние на размер зоны промерзания и величину деформации морозного пучения.

В Lie E. и Lai Y. [151] на основе теории поромеханики Coussy О. выполнен вывод законов сохранения и определяющих соотношений для описания процесса промерзания грунта в предположении больших упруго-пластических деформаций.

В работе отмечено, что для оценки влияния пластической деформации на величину пористости в случае малой деформации пористой среды соотношение (1.61) может быть модифицировано как

$$n_j = b_j(\varepsilon_{vol} - \varepsilon_{vol}^{pl}) + \frac{p_j}{N_j} - 3\alpha_{T,j}(T - T_f) + n_j^{pl}, \quad (1.65)$$

где ε_{vol} – полная объемная деформация, ε_{vol}^{pl} , n_j^{pl} – объемная деформация и пористость, связанные с пластическим течением ($j = i, l$).

Приращение n_j^{pl} в случае ассоциированного закона пластического течения задается как

$$dn_j^{pl} = \frac{\partial F_y}{\partial p_j} d\lambda^{pl}, \quad (1.66)$$

где $d\lambda^{pl}$ – приращение пластического множителя.

Верификация модели была выполнена с использованием результатов эксперимента Xu G. с соавторами [101] на трехосное сжатие замороженного песка. На основе разработанной модели была решена задача описания малой упруго-пластической деформации грунта и изменения порового давления в грунте в зависимости от объемной деформации.

В следующей работе авторов [120] указанные определяющие соотношения модифицированы до учета вязкопластической деформации путем использования модели Perzyna P. И добавления параметра поврежденности. Верификация соотношений проведена по данным трехосных испытаний на ползучесть замороженной лесс [103].

Помимо рассмотренных термогидромеханических моделей, базовые принципы теории пористых сред и термодинамики открытых систем используются также для построения модели Arzanfudi M.M. и Al-Khoury R. [152].

В модели Arzanfudi M. M. и Al-Khoury R. [152] предполагается, что промерзающий грунт представляет собой пористую среду, состоящую из твердого скелета, воды и льда. Построение модели выполняется относительно пяти независимых переменных состояния: вектора перемещения твердого скелета \mathbf{u} , порового давления смеси воды и льда p_m , удельной энтальпии смеси воды и льда h_m , удельной энтальпии твердого скелета h_s , и давления криогенного всасывания p_{sc} .

Уравнение массопереноса в пренебрежении скоростью движения льда записывается как

$$\frac{\partial(\theta_l \rho_l + \theta_i \rho_i)}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_l \mathbf{v}_l + (\theta_l \rho_l + \theta_i \rho_i) \frac{\partial \varepsilon_{vol}}{\partial t} = 0. \quad (1.67)$$

Скорость движения воды \mathbf{v}_l определяется законом Дарси. При этом поровое давление влаги p_l рассчитывается как разность порового давления смеси воды и льда p_m и порового давления криогенного всасывания p_{sc} .

Давление p_{sc} вычисляется из уравнения Клаузиуса-Клапейрона в предположении, что при отрицательной температуре давление воды p_l мало по сравнению с давлением льда p_i :

$$p_{sc} = -\rho_i L \ln \frac{T}{T_{ph}}. \quad (1.68)$$

Кривая остаточной влажности описывается экспоненциальной функцией от температуры вида (1.58). Коэффициент относительной проницаемости вычисляется с использованием соотношения Brooks R.H. и Corey A.T. [153].

Пористость n определяется из кинетического уравнения:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{b-n}{K_s} \frac{\partial p}{\partial t} - \alpha_{T,s} (b-n) \frac{1}{c_{p,s}} \frac{\partial h_s}{\partial t} + (b-n) \frac{\partial \varepsilon_{vol}}{\partial t}, \quad (1.69)$$

где b – коэффициент Био, K_s – объемный модуль твердого скелета, $c_{p,s}$ – удельная теплоемкость, p – поровое давление, которое вычисляется согласно (1.8) с коэффициентом $\chi = S_l$.

Уравнение теплового баланса записывается в предположении локального термодинамического равновесия с учетом тепла, выделяющегося при деформировании твердого скелета:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [(1-n)\rho_s h_s + n\rho_m h_m - (1-n)\sigma'_m - np_m] + \operatorname{div} \mathbf{q}_{cond} + \\ + \operatorname{div} \rho_l h_l \mathbf{v}_l + n\rho_m h_m \frac{\partial \varepsilon_{vol}}{\partial t} = 0, \end{aligned} \quad (1.70)$$

где h – удельная энтальпия воды, σ'_m – среднее эффективное напряжение.

Напряженно-деформированное состояние насыщенной пористой среды определяется из уравнения равновесия (1.33), записанного относительно тензора

полного напряжения σ вида (1.59). При этом твердый скелет предполагается изотропным линейно упругим материалом.

В численном алгоритме, разработанном для решения полученной системы нелинейных дифференциальных уравнений, пространственная дискретизация уравнений сохранения массы, сохранения энергии и уравнения равновесия выполнялось с использованием схемы Бубнова-Галеркина, а для дискретизации уравнения криогенного всасывания применялся расширенный метод конечных элементов (XFEM).

Верификация разработанной модели выполнена путем решения двумерной тестовой задачи оттаивания пористой среды, предложенной в Grenier C. с соавторами [154]. Показано, что рассчитанные зависимости изменения температуры от времени и общего объема воды от времени соответствуют качественно и количественно, представленным в [154]. На примере решения задачи о промерзании грунта вокруг вертикальной трубы установлено, что выполнение дискретизации уравнения для криогенного всасывания (1.68) по схеме Бубнова-Галеркина, а не с использованием расширенного метода конечных элементов, приводит к чрезмерному сглаживанию давления криогенного всасывания вблизи фронта фазового перехода, вследствие чего его величина оказывается заниженной.

Также авторы статьи делают вывод, что использование в качестве независимых переменных перемещений твердого скелета, порового давления и температуры возможно при медленном промерзании грунта, происходящего в естественных природных условиях. В случае искусственного замораживания или неглубоких геотермальных систем, такой выбор приводит к затруднению расчета и ложным осцилляциям численного решения.

В рассмотренных выше моделях, построенных с использованием соотношений пороупругости, влияние порового давления на частицы грунта учитывается путем введения тензора эффективного напряжения. Иной подход к описанию механического поведения грунта в процессе промерзания разработан Nishimura S. с соавторами [155].

На основе аналогии между насыщенным промерзающим грунтом и ненасыщенным незамороженным грунтом в данной работе было предложено две переменных: напряжение твердого скелета σ^* и поровое давление криогенного всасывания p_{sc} , которые задаются как

$$\sigma^* = \sigma + \max(p_i, p_l)\mathbf{I}, \quad (1.71)$$

$$p_{sc} = \max(p_i - p_l, 0), \quad (1.72)$$

где σ – полное напряжение, которое определяется из уравнения равновесия (1.33). Поровое давление льда p_i вычисляется из уравнения Клаузиуса-Клайперона, а поровое давление влаги p_l – из уравнение массопереноса, которое имеет вид (1.62).

В уравнении массопереноса скорость течения определяется законом Дарси, а кривая остаточной влажности и коэффициент влагопроводности с использованием соотношений Van Genuchten.

Описания механического поведения грунта проводится с учетом пластической деформации. Упругая деформация определяется из закона Гука. Расчет пластической деформации выполняется согласно ассоциированному закону пластического течения с эллиптической поверхностью текучести F_y :

$$F_y = \left[\sigma_n^* + \left(\frac{\sigma_{n0}^* - \kappa p_{sc}}{2} \right) \right]^2 + \frac{\sigma_{eq}^2}{M^2} - \left(\frac{\sigma_{n0}^* + \kappa p_{sc}}{2} \right)^2, \quad (1.73)$$

где σ_n^* – среднее нормальное напряжение, действующее на твердый скелет, M , κ – материальные параметры, σ_{n0}^* – степенная функция от параметра упрочнения. В незамороженном грунте, когда давления $p_{sc} = 0$, данная поверхность текучести упрощается до модифицированной модели Cam-Clay.

С понижением температуры давление p_{sc} увеличивается, вследствие чего поверхность текучести расширяется F_y , а прочность грунта растет.

Для расчета температуры промерзающего грунта используется уравнение теплопереноса, записанное в следующем виде:

$$\frac{\partial(CT)}{\partial t} - \text{div} \mathbf{q}_{cond} + \text{div} C_l T \mathbf{v}_l = Q_{ph}, \quad (1.74)$$

На основе численного моделирования трехосного испытания образца из замороженного песка было заключено, что предложенные соотношения позволяют качественно описать падение прочности грунта с ростом пористости и увеличение прочности с понижением температуры. Также проведенное численное моделирование эксперимента по влиянию морозного пучения на подземный трубопровод показало, что вычисленные деформации пучения находятся в хорошем качественном и количественном соответствии с полевыми измерениями.

В работе Casini F. с соавторами [156] рассмотренная модель была модифицирована с использованием соотношений Perzyna P. и ассоциированного закона пластического течения для учета вязкопластической деформации промерзающего грунта. В работе отмечается, что переход к рассмотрению вязкопластической деформации позволяет регуляризовать операцию численного расчета упругопластической деформации при разупрочнении материала, а также лучше описать механическое поведение замороженного грунта при изменении температуры.

С использованием разработанной модели был проведен численный анализ лабораторных экспериментов по трехосному сжатию замороженных образцов из вулканических отложений. На основе результатов испытаний установлено, что влияние температуры на сдвиговую прочность превосходит влияние бокового давления. Проведенное моделирование показало, что предложенные соотношения позволяют достаточно точно описать напряженное-деформированное состояние нагруженных образцов, предсказывая при этом завышенную жесткость грунта.

Na S.H и Sun W.C. [157] провели обобщение подхода Nishimura S. [155] на случай больших деформаций.

В построенной модели в предположении зависимости плотности каждой фазы пористой среды только от давления получены аналоги уравнений массопереноса (1.53) и теплопереноса (1.55) для конфигураций Лагранжа и Эйлера. При этом в уравнении теплопереноса учитывалось тепло, выделяющееся при деформировании твердого скелета.

Напряжение твердого скелета σ^* принимается равным эффективному напряжению σ' и вычисляется согласно (1.7).

Зависимость между напряжением твердого скелета и упругой деформацией описывается на основе соотношений для изотропного гиперупругого материала с учетом влияния давления p_{sc} :

$$\sigma'_n = -\kappa p_{sc} - (p_0 - \kappa p_{sc}) \exp\left(\frac{\varepsilon_{vol,0}^{el} - \varepsilon_{vol}^{el}}{c_r}\right), \quad (1.75)$$

$$\sigma'_{eq} = 3G_s \varepsilon_{eq}^{el}, \quad (1.76)$$

где σ'_{eq} – интенсивность эффективного напряжения, ε_{eq}^{el} – интенсивность сдвиговой деформации, G_s – модуль сдвига твердого скелета, κ , c_r – материальные параметры, $\varepsilon_{vol,0}^e$, p_0 – отсчетные объемная деформация и давление. Пластическая деформация описывается аналогично модели Nishimura S. [155]. Поровое давление криогенного всасывания p_{sc} оценивается из давления льда с использованием уравнения Клаузиуса-Клапейрона.

Разработанная модель была верифицирована по измерениям перемещения торца замороженного лабораторного образца от времени, полученным в эксперименте по оттаиванию. Численное моделирование выполнялось как в предположении малых, так и больших деформаций. Сравнение численных результатов с экспериментальными измерениями, показало, что в обоих случаях наблюдается хорошее качественное соответствие между данными. Однако, в случае малых деформаций усадка торца больше, чем в случае больших деформаций вследствие влияния геометрической нелинейности. Также было проведено моделирование возникновения полос сдвига в процессе нагружения.

В отдельный класс можно выделить термогидромеханические модели, направленные на описание формирования ледяных шлиров в процессе промерзания грунта и их влияния на величину деформации морозного пучения.

Один из первых подходов к моделированию криоструктуры, который успешно применяется и в настоящее время, был представлен в термогидромеханической модели Michalowski R.L. [158]. В данной работе

формирование криоструктуры в промерзающем грунте, определяется не путем рассмотрения отдельных ледяных шлиров, а посредством расчета эффективного увеличения пористости, описываемого тензором пористости \mathbf{n} :

$$\mathbf{n} = \frac{\partial n}{\partial t} \mathbf{N}, \quad (1.77)$$

где \mathbf{N} – диагональный тензор второго ранга, с компонентами, $[\xi, 1/2(1-\xi), 1/2(1-\xi)]$, ξ – параметр, определяющий анизотропию роста ледяных шлиров ($0.33 \leq \xi \leq 1$).

Скорость изменения пористости задается следующим уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = n_m \frac{T - T_{ph}}{T_m} \exp\left(1 - \frac{T - T_{ph}}{T_m}\right) \left(1 - \exp\left(\alpha \frac{\partial T}{\partial l}\right)\right) (1-n)^\beta \exp\left(\frac{P}{n\zeta}\right), \quad (1.78)$$

где α, β, ζ – материальные параметры, n_m, T_m – максимальная скорость изменения пористости и температура, при которой она достигается; $\partial T / \partial l$ – производная от температуры вдоль направления теплового потока.

Описание теплопереноса, массопереноса и напряженно-деформируемого состояния выполняется в соответствии с теорией смеси.

Уравнение переноса массы имеет вид:

$$\rho_l \frac{\partial \theta_l}{\partial t} + \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} - \rho_s \frac{\partial n}{\partial t} - \rho_l \operatorname{div} \mathbf{v}_l = 0, \quad (1.79)$$

где скорость влаги \mathbf{v}_l определяется из закона Дарси, кривая остаточной влажности описывается экспоненциальной функцией от температуры вида (1.58), коэффициент влагопроводности также задается в зависимости от температуры.

Перенос тепла описывается уравнением теплопроводности вида (1.26).

Механическое поведение грунта определяется тензором полного напряжения, который является линейной комбинацией тензора напряжения твердого скелета, тензора напряжения льда и порового давления влаги. Связь между напряжением фазы и деформацией определяется по закону Гука.

Исследование эффективности предложенной модели проводилось путем численного моделирования экспериментов по одностороннему замораживанию образцов насыщенного грунта. На основе результатов моделирования было

заклучено, что модель позволяет качественно описать рост пористости в процессе замораживания и зависимость деформации морозного пучения от вертикального давления и температурного градиента.

Современный вариант модели замораживания с учетом неупругого деформирования промерзающего грунта представлен в работе Zhang Y. и Michalowski R.L. [159]. В данной модели уравнения теплопереноса и массопереноса имеют вид схожий с первоначальным вариантом модели. Однако напряженно-деформированное состояние грунта описывается на основе теории пористых сред с использованием модифицированной модели Cam-Clay. Разработанная модель была применена для исследования влияния морозного пучения на опору открытой выработки.

Особенность подхода Michalowski R.L. заключается в том, что кинетическое уравнения для пористости (1.77) позволяет определить распределение пористости в зависимости от температуры, вследствие чего уравнение баланса массы может быть исключено из рассмотрения, если не требуется выполнять расчет порового давления воды. Данная особенность способствовала развитию термомеханических моделей морозного пучения [80,128].

Для того чтобы описать формирование отдельных ледяных шпиров, разрабатываются одномерные термогидромеханические модели на основе теории недеформируемого льда Miller R.D. и O'Neill K. [5,29].

Известный пример такой модели предложен Thomas H.R. с соавторами [160]. В данной модели промерзающий грунт рассматривается как насыщенная пористая среда, состоящая из твердых частиц грунта, воды, льда и ледяных шпиров.

Для описания массопереноса предложено уравнение аналогичное (1.62). Скорость течения воды вычисляется по закону Дарси. При этом в промерзающей зоне учитывается поровое давление криогенного всасывания p_{sc} , которое определяется из уравнения Клаузиуса-Клапейрона. Итоговое выражение для скорости имеет вид:

$$v_l = -\frac{k(T)}{\rho_l g} \left[\text{grad}(p_l - \rho_l g) + \frac{\rho_l L}{T_{ph}} \text{grad}T \right], \quad (1.80)$$

где \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения. Влагонасыщенность в замороженной зоне грунта и коэффициент фильтрации задаются степенными функциями от температуры согласно [161,162]:

$$S_l = [1 - (T - T_0)]^\alpha, \quad (1.81)$$

$$k = k_0 [1 - (T - T_0)]^\beta, \quad (1.82)$$

где k_0 – коэффициент фильтрации незамороженного грунта, α , β – параметры, определяемые из эксперимента.

Изменение пористости грунта в процессе промерзания описывается кинетическим уравнением (1.47).

Уравнение теплопереноса имеет вид аналогичный уравнению (1.74).

Механическое поведение грунта определяется с использованием уравнения (1.33), записанного относительно тензора полного напряжения $\boldsymbol{\sigma}$ с учетом температурной деформации:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - p_l \mathbf{I} - 3K_s \alpha_{T,s} (T - T_0), \quad (1.83)$$

где тензор эффективного напряжения $\boldsymbol{\sigma}'$ определяется в соответствии с законом Гука для изотропного материала.

Предполагается, что в частично замороженном грунте, в котором присутствует значительное количество незамороженной влаги, поровый лед не имеет непрерывного распределения, поэтому не может оказывать механического давления. В тоже время в полностью замороженном грунте распределение порового льда непрерывно, поэтому поровое давление влаги p_l , вычисленное из уравнения массопереноса, будет выражать поровое давление льда.

В качестве критерия возникновения ледяного штира используется условие превышения поровым давлением прочности сцепления частиц p_{sep} , определяемого внешним вертикальным давлением и пределом прочности на растяжение σ_{ten} [28,29]. Данное условие относительно вертикального эффективного напряжения σ'_z записывается как

$$\sigma'_z \geq p_{sep}, \quad (1.84)$$

В работе отмечается, что согласно [11,162] прочность σ_{ten} сезоннопромезающих грунтов находится в диапазоне от 20 до 150 кПа. После образования ледяного шлира коэффициент проницаемости и эффективное напряжения полагаются равными нулю, поскольку предполагается, что лед непроницаем для воды, а поровое давление в шлере равно вертикальному давлению.

Путем численного моделирования лабораторных экспериментов по одностороннему замораживанию с притоком воды и двустороннему замораживанию образцов из алевритистого грунта было показано, что модель позволяет описать деформацию усадки незамороженного грунта перед фронтом фазового перехода, уменьшение деформации морозного пучения и толщины ледяных шлиров с увеличением вертикального давления. При этом результаты численного моделирования качественно и количественно согласуются с измерениями во времени температуры и абсолютной деформации морозного пучения в обоих экспериментах.

Развитие рассмотренной модели проведено Zhou J. и Li D. [1], Lai Y. со соавторами [2]. Для описания массопереноса и теплопереноса используется уравнения такие же как в предыдущей модели. При этом скорость течения воды описывается законом Дарси, а в уравнении теплопереноса учитывается источник тепла (1.48), связанный с деформированием частиц грунта.

В отличие от большинства рассмотренных выше моделей решение уравнения массопереноса проводится относительно пористости n , а поровое давление влаги p_l выражается из соотношения Bishop A.W. для порового давления p (1.8) и уравнения Клаузиуса-Клапейрона:

$$p_l = \frac{(1 - \chi)(\rho_l - \rho_i)p_{hydr} + (1 - \chi)\rho_i\rho_l L \ln\left(\frac{T}{T_{ph}}\right) + \rho_i p}{(1 - \chi)\rho_i + \chi\rho_l}. \quad (1.85)$$

Поскольку модель ограничивается только рассмотрением одномерного процесса промерзания грунта, для описания механического поведения

промерзающего грунта используется полное осевое напряжение σ (1.7). Упругая вертикальная деформация ε^{el} выражается через пористость n как

$$\varepsilon^{el} = \frac{n - n_0}{1 - n}, \quad (1.86)$$

где n_0 – начальная пористость. Также учитывается температурная деформация. Уравнение равновесия (1.33) разрешается относительно порового давления p .

На основании критерия формирования ледяного шлира по предельному поровому давлению p_{sep} [28,162] был выведен критерий по предельной пористости n_{sep} :

$$n \geq n_{sep}, \quad (1.87)$$

$$n_{sep} = \frac{\sigma_{ten} - P_{ob} - E_s [n + \alpha_{T,s} (T - T_0)]}{\sigma_{ten} - P_{ob} - E_s [1 + \alpha_{T,s} (T - T_0)]}, \quad (1.88)$$

где P_{ob} – внешнее вертикальное давление, E_s – модуль Юнга грунта, σ_{ten} – прочность грунта на растяжение.

Результаты проведенных вычислительных экспериментов по исследованию одностороннего промерзания образца грунта с притоком влаги позволяют заключить, что разработанная модель позволяет описать такие важные явления как падение влажности перед фронтом фазового перехода, неравномерный рост льдистости, образование ледяных шлиров и связанное с этим увеличение порового давления и деформации морозного пучения в замороженной зоне грунта, а также падение порового давления и деформацию усадки в незамороженной зоне вследствие миграции влаги и воздействия замороженного грунта. Верификация модели по экспериментам одностороннего замораживания образцов из алевритистой глины, находящихся под внешним вертикальным давлением, показало, что полученные в результате численного моделирования графики изменения температуры, абсолютной деформации морозного пучения со временем, распределения влажности и ледяных шлиров по глубине образца качественно и количественно хорошо соответствуют измерениям. Тем не менее, серьезным ограничением данной модели является ее применимость только для одномерного процесса промерзания грунта.

Yin X. со соавторами [163] добавили в модель уравнение для описания распределения пара в грунте. Проведенные вычислительные эксперименты процесса одностороннего замораживания ненасыщенных алевритистых образцов под вертикальной нагрузкой и с притоком влаги показали, что увеличение содержания влаги и температурного градиента вместе с снижением вертикальной нагрузки приводит к росту толщины ледяных шлиров и абсолютной деформации морозного пучения. Влияние температурного градиента на распределение пара значительно больше по сравнению с вертикальной нагрузкой.

Zhang X. [164] и Zhang J. [165] со соавторами расширили исходную модель для описания концентрации солей в грунте. Верификация модели выполнена по данным лабораторных испытаний по одностороннему замораживанию образца из засоленного грунта. Полученные в результате расчета графики изменения температуры и абсолютной деформации морозного пучения находятся в хорошем соответствии с измеренными данными. Также показано, что миграция влаги приводит к увеличению концентрации солей в замороженной зоне грунта.

В модели Bai R. с соавторами [166] критерий формирования ледяных шлиров по предельной пористости (1.87), (1.88) был включен в термогидромеханическую модель Li S. [83]. Для расчета величины деформации усадки ε^{sh} незамороженного грунта, вызванной миграцией влаги к фронту промерзания, было предложено соотношение:

$$\varepsilon^{sh} = \theta_l - n_0, \quad (1.89)$$

Модифицированная модель была применена для описания эксперимента по одностороннему замораживанию образцов из алеврита с притоком влаги и ступенчато понижающейся температурой. Результаты моделирования находятся в хорошем качественном и количественном соответствии с наблюдаемыми в эксперименте распределениями температуры и ледяных шлиров вдоль образцов, а также изменение абсолютной деформации морозного пучения со временем. Показано, что ступенчатое уменьшение температуры с -4°C до -10°C сопровождается, ступенчатым увеличением абсолютной деформации морозного пучения.

Другая одномерная термогидромеханическая модель, основанная на теории недеформируемого льда в модификации Gilpin R.R. [28], представлена в работе Ming F. с соавторами [167]. В данной модели описание теплопереноса и массопереноса проводится с использованием уравнений такого же вида, как в модели Lai S. Однако поровое давления воды записывается на основании равенства энергии Гиббса воды и льда как

$$p_l = \frac{\rho_l}{\rho_i} P_{ob} + L \rho_l \frac{T}{T_{ph}}. \quad (1.90)$$

Расчет напряженно-деформированного состояния выполняется с использованием соотношения (1.86) для упругой деформации ε^{el} . При этом дополнительно учитывается деформация ползучести, которая определяется из уравнения вида (1.19).

Критерием формирования ледяного шпиря является условие превышения поровым разъединяющим давлением, которое в промерзающей зоне может быть ассоциировано с давлением льда p_i , прочности сцепления частиц грунта [168]:

$$p_i \geq P_{ob} + \sigma_{ten}. \quad (1.91)$$

Давление p_i так же определяется из равенства энергии Гиббса воды и льда и может быть записано как:

$$p_i = \begin{cases} \rho_i p_l / \rho_l - \sigma_{sl} K - \rho_l L T / T_{ph}, & p_i < P_{ob} + \sigma_{ten} \\ P_{ob}, & p_i \geq P_{ob} + \sigma_{ten} \end{cases}, \quad (1.92)$$

где σ_{sl} – поверхностное натяжение между льдом и водой, K – средняя кривизна поверхности.

Верификация модели проводилась по данным эксперимента по одностороннему замораживанию образцов из алевролитистой глины под вертикальной нагрузкой с притоком влаги. Полученные результаты моделирования позволили описать формирование ледяных шпиров, морозное пучение в замороженной зоне грунта и усадку в незамороженной зоне грунта.

Интересный подход к описанию льдообразования в процессе промерзания грунта предложен Ghoreishian Amiri S.A. с соавторами [169] на основе модели Nishimura S. [155] с двумя переменными напряжения.

В данной работе напряжение твердого скелета в незамороженной зоне приравнивается эффективному напряжению и вычисляется согласно (1.49). Для расчета неупругого деформирования грунта вместе с поверхностью текучести (1.73), устанавливающей зависимость между сдвиговой прочностью, внешней нагрузкой и поровым давлением криогенного всасывания p_{sc} , дополнительно используется поверхность текучести, отдельно описывающая эффект разделения зерен грунта вследствие льдообразования:

$$F_{y,sc} = p_{sc} - p_{sc}^{seg}, \quad (1.93)$$

где p_{sc}^{seg} – предельное значение давления криогенного всасывания, при котором происходит формирование ледяного штира. Для данного параметра записывается кинетическое уравнение, описывающее влияние на него содержания влаги и пластической деформации, вызванной изменением эффективного напряжения σ' .

Расчет неупругой деформации, вызванной изменением напряжения σ' , выполняется с использованием неассоциированного закона пластического течения с пластическим потенциалом вида (1.73). Неупругая деформация, вызванная повышением давления криогенного всасывания и льдообразованием, вычисляется согласно ассоциированному закону пластического течения с поверхностью текучести (1.93).

Разработанная модель была верифицирована по данным трехосных испытаний замороженных образцов песка, представленных в работе Xu G. с соавторами [101]. На основе сравнения результатов расчета с экспериментальными данными было заключено, что модель хорошо описывает зависимость объемной деформации от величины нагружения в диапазоне температур от -1°C до -10°C , но предсказывает завышенную сдвиговую прочность при температуре -10°C . Исследование применимости модели к описанию льдообразования было выполнено только качественно, путем проведения вычислительного эксперимента по одностороннему замораживанию образцов алевролита (представительного объема). Результаты моделирования показали, что с понижением температуры наблюдается рост объемной

деформации и падение сдвиговой прочности грунта, характерные для процесса формирования ледяных шлиров.

В следующей работе Ghoreishian Amiri S.A. с соавторами [170] с использованием соотношений Perzyna P. расширили модель за счет учета вязкопластической деформации. Проведенное сравнение результатов численного моделирования одноосных испытаний образцов замороженного песка на ползучесть показало, что разработанные соотношения позволяют описать качественно затухающую и незатухающую ползучесть при различных температурах, но вычисленные значения деформации ползучести значительно отличаются от экспериментальных.

В модели Aukenthaler M. с соавторами [171] рассмотренные определяющие соотношения для механического поведения грунта были дополнены уравнениями массопереноса, теплопереноса и равновесия, используемыми в модели Thomas H.R. [160].

Результаты проведенного численного моделирования процесса формирования ЛПО вокруг горизонтальной выработки показали, что предложенная модель позволяет определять распределение льда и морозное пучение в замороженной зоне грунта с учетом течения подземных вод. Однако модель не позволяет описать деформацию усадки в незамороженной зоне.

1.3 Выводы по главе

Проведенный обзор показывает, что промерзание влагонасыщенного грунта сопровождается рядом взаимосвязанных термогидромеханических эффектов. Падение температуры влагонасыщенного грунта приводит к возникновению в нем миграции влаги к фронту промерзания и образованию льда, что в совокупности вызывает морозное пучение грунта, характеризующееся его объемным расширением и увеличением пористости. При этом в случае медленного продвижения фронта промерзания и малой величины внешней нагрузки может происходить разъединение частиц грунта и формирование ледяных шлиров.

Отток влаги из незамороженного грунта и воздействие пучения приводят к его консолидации и появлению деформации усадки. Льдобразование в грунте снижает проницаемость и существенно улучшает его деформационные и прочностные свойства. Вместе с тем мерзлый грунт характеризуется выраженными реологическими свойствами, что проявляется в развитии деформации ползучести при длительном нагружении и падении прочности.

Важную роль при определении напряженно-деформированного состояния мерзлого грунта играет среднее напряжение. Его повышение вплоть до определенного предела способствует увеличению прочности на сдвиг. Однако при превышении данного предела происходит плавление льда, а также разрушение частиц льда и грунта, вследствие чего прочность мерзлого грунта падает. Сдвиговое напряжение приводит к дилатансии мерзлого грунта, которая при сравнительно малом среднем напряжении характеризуется объемным расширением, а при большом – сжатием.

Для описания всей совокупности указанных явлений в последние десятилетия активно разрабатываются термогидромеханические модели.

Модели, построенные в рамках теории пористых сред и поромеханики, хорошо описывают распределение температуры, деформацию морозного пучения, а также учитывают миграцию влаги к фронту промерзания и изменение механического поведения промерзающих грунтов.

Большое внимание расчету напряженно-деформированного состояния грунтов уделяется в моделях, использующих определяющие соотношения с двумя переменными напряжения – эффективным напряжением (напряжение твердого скелета) и давлением криогенного всасывания. Однако эффективность данных моделей для расчета деформации усадки незамороженного грунта, распределения влажности и льдистости остается недостаточно исследованной.

Наиболее полно термогидромеханические эффекты промерзающего грунта учитываются в моделях, разработанных на основе теории недеформируемого льда, которые помимо важных особенностей процесса промерзания также описывают формирование ледяных шпиров. К сожалению, на данный момент

применимость этих моделей ограничена одномерными задачами. В связи с этим для полного и адекватного описания искусственного замораживания грунтов видится перспективным выполнить расширение данных термогидромеханических моделей до трехмерного случая на основе теории поромеханики.

Глава 2. Термогидромеханическая модель промерзания влагонасыщенного грунта

Построение математической модели, применимой для проектирования горнотехнических работ по строительству подземных сооружений способом искусственного замораживания, необходимо выполнять с учетом специфики развития физико-механических процессов в грунтах и геометрии рассматриваемых объектов [34, 172]. В тоже время для планирования проходческих работ важно знать несущую способность завесы из замороженного грунта и деформацию стенки выработки до момента установки крепи, что требует определение напряженно-деформированного состояния, формируемого в промерзающем грунте силами морозного пучения, а также расчета механического отклика замороженного грунта при длительном нагружении.

На основе проведенного в предыдущей главе обзора можно заключить, что высокую эффективность для описания искусственного замораживания грунтов при строительстве горнотехнических объектов имеют модели, построенные в рамках теории поромеханики. Согласно данной теории грунт представляет собой пористую среду, состоящую из твердого скелета и порового пространства. При этом описание напряженно-деформированного состояния среды выполняется с помощью тензора полного напряжения, а твердого скелета – тензора эффективного напряжения. Miller R.D., O'Neill K. [5,29] с использованием данного подхода разработали модель твердого льда, которая в свою очередь послужила основой для создания одномерных термогидромеханических моделей промерзания грунта Zhou J. и Li D. [1], Lai Y. с соавторами [2], позволяющих описать явления морозного пучения и консолидации, а также перераспределения влажности, порового давления и образование ледяных шпиров.

В данной главе проводится дальнейшее развитие этого подхода путем построения новой термогидромеханической модели, применимой для решения трехмерных задач искусственного замораживания влагонасыщенных грунтов. Основой разрабатываемой модели являются уравнения массо- и теплопереноса,

уравнения равновесия. Взаимосвязанное изменение пористости, порового давления воды и льда, полей напряжения и деформации описывается с использованием определяющих соотношений поромеханики Coussy О. [3], эффективного напряжения Bishop и уравнения Клаузиуса-Клайперона. Также в модель включены определяющие соотношения для расчета неупругой объемной деформации в промерзающем грунте, вызванной силами морозного пучения, и вычисления в замороженном грунте деформаций ползучести и пластичности.

2.1 Основные теоретические предположения

Предполагается, что промерзающий грунт представляет собой трехфазную пористую среду, состоящую из твердых частиц (индекс s), жидкой воды (индекс l) и кристаллов льда (индекс i).

В соответствии с существующими представлениями о процессе промерзания грунта [1–3,83,110,147,149] для построения термогидромеханической модели принимаются следующие гипотезы.

1. В начальный момент времени пористая среда полностью насыщена водой. Влиянием воздуха и пара на процесс замерзания влаги пренебрегается.

2. В процессе замораживания в пористой среде сохраняются условия локального термодинамического равновесия вследствие чего все ее фазы имеют одинаковые температуры.

3. Температура замерзания воды постоянна. Влияние миграции растворенных солей в поровой воде и внешней нагрузки на понижение температуры замерзания считается незначительным.

4. Изменением плотности каждой фазы пористой среды при замерзании пренебрегается.

5. Движение льда относительно твердых частиц не учитывается.

6. Формирование ледяных шпиров при замораживании не учитывается.

7. Твердый скелет пористой среды предполагается изотропным материалом, который претерпевает только малые деформации.

8. Реологические свойства пористой среды при длительной нагрузке описываются вязкоупругой деформацией.

В дальнейшем область пористой среды с температурой ниже температуры замерзания поровой воды будем называть замороженной зоной. В данной зоне находятся частицы грунта, лед и незамерзшая вода. Также в замороженной зоне выделим область, в которой существуют криогенные течения. Будем называть ее зоной промерзания (the frozen fringe zone). Остальную часть среды, в которой температура выше температуры замерзания воды, назовем незамороженной зоной. Оно состоит только из частиц грунта и жидкой воды.

2.2 Математическая постановка модели

2.2.1 Уравнение массопереноса

В соответствии с законом сохранения массы воды и льда уравнение массопереноса с учетом фазового перехода поровой воды в лед может быть записано как [147]:

$$\frac{\partial(\rho_l S_l n)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i S_i n)}{\partial t} + \text{div}(\rho_l \mathbf{v}_l) = 0, \quad (2.1)$$

где $\rho_j S_j n$ – массовое содержание воды ($j = l$) и льда ($j = i$) в момент времени t , ρ_j , S_j – плотность и насыщенность фазы j , n – пористость, \mathbf{v}_l – скорость воды относительно твердого скелета.

Льдонасыщенность S_i следуя [161] задается степенной функцией от температуры T :

$$S_i = \begin{cases} 1 - [1 - (T - T_{ph})]^\alpha, & T \leq T_{ph}, \\ 0, & T > T_{ph} \end{cases}, \quad (2.2)$$

где T_{ph} – температура замерзания воды, α – параметр, определяемый из эксперимента.

Влагонасыщенность S_l определяется из условия полного насыщения пористой среды:

$$S_l = 1 - S_i, \quad (2.3)$$

Скорость влаги \mathbf{v}_l относительно частиц грунта задается законом Дарси:

$$\mathbf{v}_l = -k \operatorname{grad} \psi, \quad (2.4)$$

где k – коэффициент влагопроводности, ψ – потенциал грунтовой влаги.

Коэффициент влагопроводности k вычисляется в зависимости от температуры T [162]:

$$k = \begin{cases} k_0 [1 - (T - T_{ph})]^\beta, & T \leq T_{ph}, \\ k_0, & T > T_{ph} \end{cases}, \quad (2.5)$$

где k_0 – коэффициент влагопроводности незамороженного грунта, β – экспериментально определяемый параметр.

Потенциал грунтовой влаги ψ записывается как

$$\psi = \frac{p_l}{\rho_l g} + z, \quad (2.6)$$

где p_l – давление поровой влаги, g – ускорение свободного падения, z – вертикальная координата.

Для того чтобы определить давление p_l используются соотношение Bishop A.W. [4,5] для эффективного порового давления p в промерзающем грунте и уравнение Клаузиуса-Клапейрона [1,2].

Согласно Miller R.D. [5] поровое давление p в грунте записывается как

$$p = \chi p_l + (1 - \chi) p_i, \quad (2.7)$$

где p_i – поровое давление льда, χ – коэффициент, зависящий от льдонасыщенности S_i , который вычисляется как:

$$\chi = (1 - S_i)^{1.5}, \quad (2.8)$$

Давление льда p_i выражается из уравнения Клаузиуса-Клайперона как

$$p_i = -\frac{(\rho_l - \rho_i) p_0 + \rho_i \rho_l L \ln(T / T_{ph}) - \rho_i p_l}{\rho_l}, \quad (2.9)$$

где L – удельная теплота кристаллизации воды, p_0 – начальное поровое давление.

Из соотношений (2.7) и (2.9) следует, что давление воды p_l может быть вычислено в зависимости от порового давления p и температуры T :

$$p_l = \frac{(1-\chi)(\rho_l - \rho_i)p_0 + (1-\chi)\rho_i\rho_l L \ln(T/T_{ph}) + \rho_l p}{\chi\rho_l + (1-\chi)\rho_i}. \quad (2.10)$$

2.2.2 Уравнение теплопереноса

Из закона сохранения энергии с учетом переноса тепла за счет механизмов теплопроводности и конвекции, а также выделения тепла при кристаллизации воды следует следующее уравнение теплопереноса [1,2,83]:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} - \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + C_l \mathbf{v}_l \cdot \operatorname{grad} T = Q_{ph}. \quad (2.11)$$

где C – объемная теплоемкость и λ – коэффициент теплопроводности трехфазной пористой среды, C_l – объемная теплоемкость воды, Q_{ph} – тепловой источник, связанный со скрытой теплотой фазового перехода воды в лед.

Тепловой источник Q_{ph} определяется как

$$Q_{ph} = L\rho_i \frac{\partial(nS_i)}{\partial t}. \quad (2.12)$$

Объемная теплоемкость C вычисляется с применением правила смеси [110]:

$$C = (1-n)\rho_s c_s + n(S_l \rho_l c_l + S_i \rho_i c_i), \quad (2.13)$$

где c_j – удельная теплоемкость фазы j ($j = s, l, i$) при постоянном давлении.

Коэффициент теплопроводности λ рассчитывается на основе соотношения для степенного среднего [110]:

$$\lambda = \lambda_s^{1-n} \lambda_l^{nS_l} \lambda_i^{nS_i}, \quad (2.14)$$

где λ_j – коэффициент теплопроводности фазы j ($j = s, l, i$).

2.2.3 Уравнение равновесия

Согласно теории поромеханики Coussy O. [3,143] из закона сохранения импульса следует, что уравнение равновесия для насыщенной пористой среды может быть записано относительно тензора полного напряжения $\boldsymbol{\sigma}$ как:

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\gamma} = 0, \quad (2.15)$$

где γ – удельный вес пористой среды.

Вес γ определяется как:

$$\gamma = [(1-n)\rho_s + n(S_l\rho_l + S_i\rho_i)]\mathbf{g}, \quad (2.16)$$

где ρ_s – плотность частиц грунта, \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения.

Тензор полного напряжения $\boldsymbol{\sigma}$ выражается через тензор эффективного напряжения твердого скелета $\boldsymbol{\sigma}'$ и поровое давление p :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - bp\mathbf{I}, \quad (2.17)$$

где \mathbf{I} – единичный тензор, b – эффективный коэффициент Био.

Тензор эффективного напряжения $\boldsymbol{\sigma}'$ вычисляется с использованием закона Гука для линейно-упругого изотропного материала:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \left(K - \frac{2}{3}G \right) \boldsymbol{\varepsilon}_{vol}^{el} \mathbf{I} + 2G\boldsymbol{\varepsilon}^{el}, \quad (2.18)$$

где K – эффективный объемный модуль, G – эффективный модуль сдвига, $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ – тензор упругой деформации, $\boldsymbol{\varepsilon}_{vol}^{el}$ – величина объемной упругой деформации.

В соответствии с принципом аддитивного разложения тензора полной деформации $\boldsymbol{\varepsilon}$, тензор упругой деформации $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ может быть выражен как

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{el} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^{in}, \quad (2.19)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}^{th}$ – тензор температурной деформации, $\boldsymbol{\varepsilon}^{in}$ – тензор неупругой деформации.

Тензор полной деформации $\boldsymbol{\varepsilon}$ определяется из геометрического соотношения для малых деформаций:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\text{gradu} + \text{gradu}^T), \quad (2.20)$$

где \mathbf{u} – вектор перемещения.

Тензор температурной деформации записывается как

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{th} = \alpha_T(T - T_0)\mathbf{I}, \quad (2.21)$$

где α_T – коэффициент температурного расширения, T_0 – начальная температура незамороженного грунта.

Для расчета эффективного порового давления p используется уравнение состояния, предложенное в теории поромеханики Coussy О. [3,143]:

$$p = N(n - n_0 - b\varepsilon_{vol}^{el} + 3\alpha_T(b - n_0)(T - T_0)), \quad (2.22)$$

где n_0 – начальная пористость, N – эффективный касательный модуль Био.

Эффективные механические параметры вычисляются следующим образом [147,149]:

$$X = S_i X_{fr} + S_l X_{un}, \quad (2.23)$$

где X – эффективное значение параметра, X_{fr} и X_{un} – значения параметров в замороженной и незамороженной зонах грунта.

2.2.4 Определяющие соотношения для описания неупругих деформаций

В процессе промерзания грунт в замороженной зоне может претерпевать значительное объемное расширение под действием сил морозного пучения. Использование в этом случае только определяющих соотношений пороупругости может привести к существенно завышенной оценке среднего эффективного напряжения. Более реалистичное описание напряженно-деформированного состояния промерзающего грунта можно достичь, предполагая неупругое механическое поведение твердого скелета при растяжении. В термогидромеханической модели Nishimura S. с соавторами [155] неупругая объемная деформация возникает если под влиянием порового давления льда среднее эффективное напряжение превышает предел прочности твердого скелета на растяжение. В определяющих соотношениях Ghoreishian Amiri S.A. [169,170] дополнительно вводятся упругая и неупругая составляющие объемной деформации, зависящие от величины криогенного всасывания. Причем неупругая объемная деформация появляется если величина криогенного всасывания превосходит пороговое значение, зависящее от типа грунта.

Следуя данному подходу, для описания объемного расширения грунта, вызванного силами морозного пучения, в модель добавляется неупругая объемная деформация ε^{fn} :

$$\varepsilon^{fn} = \varepsilon_{vol}^{fn} \mathbf{I}, \quad (2.24)$$

где ε_{vol}^{fh} – величина объемной неупругой деформации.

В качестве условия возникновения неупругой деформации используется критерий текучести следующего вида:

$$F = \sigma'_m - \sigma_{ten}, \quad (2.25)$$

где σ'_m – среднее эффективное напряжение.

Параметр σ_{ten} выражает прочность грунта на растяжение и определяется, исходя из критерия Друкера-Прагера:

$$\sigma_{ten} \approx c_{un} \operatorname{ctg} \varphi_{un}, \quad (2.26)$$

где c_{un} – коэффициент сцепления незамороженного грунта, φ_{un} – угол внутреннего трения незамороженного грунта.

Расчет величины объемной неупругой деформации выполняется согласно ассоциированному закону пластического течения:

$$d\varepsilon^{fh} = \frac{\partial F}{\partial \sigma'} d\Lambda, \quad (2.27)$$

где Λ – пластический множитель, который определяется из условий Куна-Таккера:

$$\dot{\Lambda} \geq 0, \quad F \leq 0, \quad \dot{\Lambda} F = 0. \quad (2.28)$$

Таким образом, объемная деформация ε^{fh} возникает в промерзающем грунте вследствие превышения средним эффективным напряжением σ'_m прочности твердого скелета грунта на растяжение.

Увеличение среднего эффективного напряжения σ'_m в процессе промерзания происходит следующим образом. Согласно выражению (2.22) поровое давление p определяется пористостью грунта n , поэтому рост пористости в замороженной зоне, вызванный объемным расширением замерзающей поровой воды и притоком дополнительного количества воды со стороны незамороженной зоны, приводит к увеличению порового давления p , что, в свою очередь, способствует повышению напряжения σ'_m .

В данной работе предполагается, что объемная деформация ε^{fh} описывает только объемное расширение грунта, связанное с формированием массивной

криогенной текстуры в отсутствии толстых ледяных шпиров. Если же процесс промерзания грунта сопровождается образованием толстых ледяных шпиров, то в этом случае в твердом скелете происходит формирование трещин, вследствие чего для описания деформации морозного пучения необходимо применять подходы, разрабатываемые, например, в теории недеформируемого льда. В соответствии со сделанными предположениями такой характер промерзания грунта не описывается разрабатываемой моделью.

Помимо расчета неупругой деформации, вызванной силами морозного пучения, в разработанной модели также рассматривается неупругое деформирование замороженного грунта в результате действия внешней нагрузки. Для описания ползучести в механическую часть разработанной модели, следуя Вялову С.С. [7,15,84], вводятся определяющие соотношения для расчета деформации ползучести ϵ^{ve} :

$$\epsilon^{ve} = \left(\frac{\sigma'_{eq}}{\xi} \tau^\omega \right)^{\frac{1}{m}} \frac{\mathbf{s}'}{\sigma'_{eq}}. \quad (2.29)$$

где ξ , m , ω – материальные параметры, σ'_{eq} – интенсивность эффективного напряжения, \mathbf{s}' – девиатор напряжения $\boldsymbol{\sigma}'$, $\tau = t/1[\text{с}]$ – безразмерный параметр времени.

Интенсивность эффективного напряжения σ'_{eq} определяется как

$$\sigma'_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s}' : \mathbf{s}'}. \quad (2.30)$$

Ограничение применимости соотношения (2.30) для моделирования процесса ползучести замороженного грунта аналогичны ограничениям, накладываемым на одномерное уравнение ползучести Вялова С.С. (1.19).

В частности, данное соотношение не учитывает влияние среднего напряжения на процесс деформирования и не позволяет описать рост объемной деформации со временем. Несмотря на это, уравнение ползучести Вялова С.С. в течение длительного времени успешно используется в инженерной практике для проведения прочностных расчетов при строительстве подземных сооружений.

К возникновению неупругой деформации в замороженном грунте может привести не только длительное, но и условно-мгновенное приложение большой нагрузки. В этом случае замороженный грунт переходит в предельное напряженное состояние, характеризующееся появлением пластической деформации ε^{pl} . Для определения перехода замороженного грунта в предельное состояние, следуя Вялову С.С. [7] и Цытовичу Н.А. [9], используется классический критерий Мор-Кулона:

$$|\tau'_n| = c_{fr} - \sigma'_m \operatorname{tg} \varphi_{fr}. \quad (2.31)$$

где c_{fr} – коэффициент сцепления замороженного грунта, φ_{fr} – угол внутреннего трения замороженного грунта.

В случае необходимости расчет пластической деформации ε^{pl} проводится в соответствии с ассоциированным законом пластического течения с использованием критерия текучести вида (2.31).

2.2.5 Начальные и граничные условия

Математическая формулировка разработанной термогидромеханической модели промерзания водонасыщенного грунта включает в себя систему уравнений в частных производных, состоящую из уравнений массопереноса (2.1), теплопереноса (2.11) и равновесия (2.15). В качестве основных переменных, описывающих состояние промерзающего грунта, выберем пористость n , температуру T и вектор перемещения \mathbf{u} .

На основе результатов, представленных в работах Zhou J. и Li D. [1], Lai Y. с соавторами [2] можно заключить, что решение уравнения массопереноса относительно пористости позволяет адекватно описать криогенную миграцию влаги в промерзающем грунте, а также связанное с этим морозное пучение грунта в замороженной зоне и усадку грунта в незамороженной зоне.

Система уравнений (2.1), (2.11), (2.15) дополняется начальными и граничными условиями. Обозначим через Ω исследуемую область промерзающего грунта, имеющую кусочно-гладкую границу Γ .

В начальный момент времени $t = 0$ распределение независимых переменных задается как

$$n|_{t=0} = n_0, \quad T|_{t=0} = T_0, \quad \mathbf{u}|_{t=0} = \mathbf{u}_0, \quad (2.32)$$

где кусочно-непрерывные функции $n_0 = n_0(\mathbf{x})$, $T_0 = T_0(\mathbf{x})$, $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}_0(\mathbf{x})$, которые определяют распределение соответствующей независимой переменной в точках \mathbf{x} области Ω .

Граничные условия первого рода (условия Дирихле) на участках $\Gamma_{D,g}$ ($g = n, T, u$) границы Γ задаются как:

$$n|_{\mathbf{x} \in \Gamma_{D,n}} = n_D, \quad T|_{\mathbf{x} \in \Gamma_{D,T}} = T_D, \quad \mathbf{u}|_{\mathbf{x} \in \Gamma_{D,u}} = \mathbf{u}_D, \quad (2.33)$$

где кусочно-непрерывные функции $n_D = n_D(\mathbf{x}, t)$, $T_D = T_D(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{u}_D = \mathbf{u}_D(\mathbf{x}, t)$ определяют распределение соответствующих независимых переменных в точках \mathbf{x} границы $\Gamma_{D,g}$ в момент времени t .

Граничные условия второго рода (условия Неймана) на участках $\Gamma_{N,g}$ границы Γ задаются как:

$$\rho_l \mathbf{v}_l \cdot \mathbf{n}|_{\mathbf{x} \in \Gamma_{N,n}} = \mathbf{q}_l, \quad -\lambda \text{grad} T \cdot \mathbf{n}|_{\mathbf{x} \in \Gamma_{N,T}} = \mathbf{q}_{th}, \quad \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}|_{\mathbf{x} \in \Gamma_{N,u}} = \mathbf{t}, \quad (2.34)$$

где $\mathbf{q}_l = \mathbf{q}_l(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{q}_{th} = \mathbf{q}_{th}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{t} = \mathbf{t}(\mathbf{x}, t)$ – кусочно-непрерывные функции, определяющие соответственно массовый поток, тепловой поток, вектор нагрузки в точках \mathbf{x} на границе $\Gamma_{N,g}$ в момент времени t ; \mathbf{n} – внешняя нормаль к границе $\Gamma_{N,g}$.

В дополнение к рассмотренным граничным условиям для описания теплообмена грунта с окружающей средой на участке $\Gamma_{R,T}$ может быть использовано граничное условие третьего рода:

$$-\lambda \text{grad} T \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_{R,T}} = H(T - T_{amb}), \quad (2.35)$$

где H – коэффициент теплообмена, $T_{amb} = T_{amb}(\mathbf{x}, t)$ – температура окружающей среды в точках \mathbf{x} на границе $\Gamma_{R,T}$ в момент времени t ; \mathbf{n} – внешняя нормаль к границе $\Gamma_{R,T}$.

Также для описания механического взаимодействия грунта с опорой может использоваться граничное условие упругого основания $\Gamma_{R,u}$:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_{R,u}} = -s_{el}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0), \quad (2.36)$$

где s_{el} – коэффициент жесткости упругого основания, $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, 0)$ перемещение в точках \mathbf{x} на границе $\Gamma_{R,u}$ в начальный момент времени $t = 0$; \mathbf{n} – внешняя нормаль к границе $\Gamma_{R,u}$.

2.3 Компьютерная реализация математической модели

Поскольку система уравнений (2.1), (2.11), (2.15) является нелинейной, поиск ее решения целесообразно выполнять численно.

В настоящей работе для численного решения полученных уравнений использовался программный пакет Comsol Multiphysics®². Данный пакет позволяет проводить численное решение уравнений в связанной постановке в трехмерных областях с сильно нерегулярными сетками. При этом определяющие соотношения модели могут быть легко дополнены или изменены в случае необходимости.

Для построения численного решения системы уравнений (2.1), (2.11), (2.15) в пакете Comsol выполняется переход к их слабой формулировке:

уравнение массопереноса

$$\int_{\Omega} (\rho_l S_l + \rho_i S_i) \frac{\partial n}{\partial t} \hat{n} d\Omega + \int_{\Omega} n (\rho_i - \rho_l) \frac{\partial S_i}{\partial t} \hat{n} d\Omega + \int_{\Omega} \rho_l K \text{grad} \psi \cdot \text{grad} \hat{n} d\Omega - \int_{\Gamma_n} \rho_l K \text{grad} \psi \cdot \mathbf{n} \hat{n} d\Gamma = 0, \quad (2.37)$$

уравнение теплопереноса

$$\int_{\Omega} C \frac{\partial T}{\partial t} \hat{T} d\Omega + \int_{\Omega} \lambda \text{grad} T \cdot \text{grad} \hat{T} d\Omega + \int_{\Omega} C_l \mathbf{v}_l \cdot \text{grad} \hat{T} d\Omega - \int_{\Omega} Q_{ph} d\Omega - \int_{\Gamma_T} \lambda \text{grad} T \cdot \mathbf{n} \hat{T} d\Gamma = 0, \quad (2.38)$$

уравнение равновесия

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} d\Omega + \int_{\Gamma_u} \hat{\mathbf{u}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} d\Gamma + \int_{\Omega} \boldsymbol{\gamma} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega, \quad (2.39)$$

²COMSOL Multiphysics®: No 9600871

где $\hat{n}, \hat{T}, \hat{\mathbf{u}}$ – пробные функции, \mathbf{n} – внешняя нормаль к соответствующей границе.

Уравнение массопереноса в слабой форме (2.37) было добавлено в пакет Comsol с использованием модуля Weak Form PDE, позволяющего дискретизировать слабую формулировку пользовательских уравнений [173].

Уравнение теплопереноса (2.38) реализовано с использованием модуля Heat transfer. Тепловой источник Q_{ph} и слагаемое, отвечающее за конвективный теплоперенос, добавлены с помощью узлов Heat Sources.

Уравнение равновесия (2.39) реализовано посредством программного модуля Solid mechanics. Соотношение (2.17) для описания влияния порового давления p на напряженно-деформированное состояние внесено с применением узла External Stress. Соотношения (2.21) и (2.29) для расчета температурной деформации ε^{th} и вязкоупругой деформации ε^{ve} задавались с помощью узла External Strain. Определяющие соотношения (2.24) – (2.28) и (2.31) для расчета неупругих деформаций ε^{fn} и ε^{pl} внесены с помощью узла Plasticity.

Следует отметить, что деформации ε^{ve} и ε^{pl} рассматривались только в замороженном грунте при решении задач, связанных с определением напряженно-деформированного состояния. При моделировании процесса промерзания грунта данные деформации не учитывались.

Пространственная аппроксимация независимых переменных выполнялось методом конечных элементов с использованием линейных полиномов Лагранжа для аппроксимации пористости n и температуры T и квадратичных полиномов Лагранжа для перемещения \mathbf{u} . Для дискретизации по времени применялась неявная схема Эйлера.

Решение системы алгебраических уравнений проводилось методом Ньютона с применением решателя Pardiso, входящим в пакет Comsol. Величина шага по времени подбиралась решателем автоматически, исходя из заданной пользователем относительной погрешности. При проведении расчетов величина погрешности задавалась равной 0.001.

2.3 Выводы по главе

В рамках второй главы предложена термогидромеханическая модель промерзания влагонасыщенного грунта. Предполагается, что влагонасыщенный грунт является трехфазной пористой средой, состоящей из частиц грунта, жидкой воды и льда. Предложенная модель включает систему нелинейных уравнений, состоящую из уравнений массопереноса, теплопереноса и равновесия, выражающих такие фундаментальные законы механики сплошной среды, как законы сохранения массы, энергии и импульса. Важными соотношениями в модели являются выражение Bishop A.W. для расчета порового давления в промерзающей зоне грунта и уравнение Клаузиуса-Клайперона, которое описывает интенсивность криогенного всасывания в зависимости от температуры.

Особенность модели заключается в записи уравнения массопереноса относительно пористости. Как было отмечено, одномерные термогидромеханические модели, основанные на данном подходе, позволяют адекватно описывать падение пористости и усадку грунта вблизи фронта промерзания под влиянием криогенного всасывания. Также в этом случае из уравнения массопереноса явно учитывается 9% увеличение пористости в замороженной зоне грунта вследствие объемного расширения воды при ее фазовом переходе в лед. Однако в отличие от существующих, предложенная модель может быть применена для решения трехмерных задач промерзания грунта, что имеет высокую актуальность для геотехнических расчетов искусственного замораживания породного массива при строительстве подземных сооружений. Для обобщения модели используется уравнение состояния теории поромеханики, позволяющее определить поровое давление в зависимости от пористости и объемной деформации грунта.

Другая особенность модели заключается в применении определяющих соотношений для расчета неупругой объемной деформации, которая может возникать в промерзающем грунте вследствие морозного пучения. Данные соотношения призваны обеспечить более реалистичную величину напряжений в

замороженной зоне грунта при ее значительном объемном расширении вследствие льдообразования и криогенной миграции влаги.

Кроме этого в модель включены соотношения для определения деформаций ползучести и пластичности, которые развиваются в замороженном грунте под внешней нагрузкой вследствие его реологических свойств и при наступлении предельного напряженного состояния.

Глава 3. Численное моделирование лабораторных экспериментов по искусственному замораживанию влагонасыщенных грунтов

В данной главе демонстрируется применимость разработанной термогидромеханической модели для описания основных особенностей процесса искусственного замораживания влагонасыщенных грунтов. Анализ проводится на основе данных следующих лабораторных экспериментов:

- эксперимент по одностороннему замораживанию с различной длительностью цилиндрических образцов влагонасыщенной супеси в условиях закрытой системы (в отсутствие подтока влаги), в котором проводилось измерение в образцах распределения содержания воды и льда на момент окончания замораживания [6];

- эксперимент по одностороннему замораживанию цилиндрических образцов влагонасыщенной алевролитистой глины в условиях открытой системы (при наличии подтока влаги) при различных температурных режимах и различном внешнем вертикальном давлении, в котором проводилось измерение температуры внутри образцов и абсолютной деформации морозного пучения со временем [2];

- эксперимент по радиальному замораживанию влагонасыщенного песка в условиях закрытой системы с целью исследования процесса его деформирования с понижением температуры (эксперимент проведен в «ИМСС УрО РАН» при участии автора диссертации).

В дополнение к этому на основе данных механических испытаний на ползучесть цилиндрических образцов из замороженного песка и алевролита, представленных в отчете об исследовании теплофизических и прочностно-деформационных свойств характеристик горных пород на участке заложения шахтного ствола Петриковского ГОК [174], демонстрируется применимость используемого в модели определяющего соотношения для вязкоупругой деформации к описанию ползучести замороженных грунтов.

Результаты численного моделирования лабораторных экспериментов представлены в работах [175–178].

3.1 Одностороннее замораживание влагонасыщенной супеси в условиях закрытой системы

Анализ возможности разработанной модели описывать формируемое в промерзающем грунте под влиянием криогенного всасывания распределение воды и льда выполняется на основе результатов лабораторного эксперимента Mizoguchi M., представленных в [6]. Данные результаты считаются достоверными и активно используются для верификация математических моделей промерзания грунта [123,134].

В ходе данного эксперимента проводилось одностороннее замораживание цилиндрических образцов супеси в условиях закрытой системы. Длина каждого образца составляла 20 см, диаметр – 8 см. Начальная температура грунта составляла 6.7°C. Всего было подготовлено четыре образца. Один из образцов использовался в качестве референтного, три других подвергались замораживанию со стороны верхнего торца при температуре T_{fr} , равной -6.0°C . Остальные стороны образцов были теплоизолированы. Продолжительность замораживания составляла 12, 24 и 50 часов. По окончании замораживания в образцах измерялось объемное содержание воды и льда. Поскольку в математической модели принимается гипотеза полного насыщения грунта, данная величина приравнивается пористости грунта.

Численное моделирование промерзания образцов грунта проводилось с учетом описанных условий эксперимента. Поскольку промерзание грунта в эксперименте происходит в одном направлении – от верхнего торца цилиндрического образца к нижнему, то в силу симметрии расчетная область представляет собой прямоугольник, совпадающий с половиной осевого сечения цилиндрического образца. Расчетная область разбивалась на 760 четырехугольных элемента. Оптимальный размер расчетной сетки определялся на основе анализа сеточной сходимости.

На верхней стороне прямоугольника задается постоянная температура T_{fr} , равная -6.0°C , и пористость n_b , равная $1.09n_0$ где n_0 – начальная пористость. В

соответствии с Zhou J. и Li D. [1] предполагается, что в начале охлаждения поровая влага, содержащаяся в грунте вблизи верхнего торца образца, быстро кристаллизуется в лед в отсутствие притока дополнительной влаги со стороны незамороженной зоны. Поскольку при кристаллизации воды ее объем увеличивается примерно на 9%, то величина пористости грунта вблизи верхнего торца является в 1.09 раз больше по сравнению с начальным значением.

На боковой и нижней сторонах прямоугольника задается отсутствие теплового и массового потоков. Перемещение на боковой стороне разрешено только в вертикальном направлении. Нижняя граница прямоугольника полностью закреплена. Условие симметрии задано на границе прямоугольника, соответствующей оси цилиндрического образца.

Теплофизические свойства воды и льда, материальные параметры супеси, используемые для моделирования, представлены в таблицах 3.1 и 3.2.

Таблица 3.1 – Теплофизические свойства воды и льда

$\rho_l,$	$\lambda_l,$	$c_l,$	$\rho_i,$	$\lambda_i,$	$c_i,$	$L,$
[кг/м ³]	[Вт/(м·К)]	[Дж/(кг·К)]	[кг/м ³]	[Вт/(м·К)]	[Дж/(кг·К)]	[кДж/кг]
1000	0.58	4180	917	2.22	2043	334.56

Таблица 3.2 – Материальные параметры супеси

$n_0,$	$\rho_s,$	$\lambda_s,$	$c_s,$	$k_0,$	$\alpha,$	$\beta,$	$\alpha_t,$
[м ³ /м ³]	[кг/м ³]	[Вт/(м·К)]	[Дж/(кг·К)]	[м/с]	[1]	[1]	[1/К]
0.35	2215	1.6	850	$1.4 \cdot 10^{-10}$	-5.5	-2	$2.5 \cdot 10^{-6}$
$K_{un},$	$G_{un},$	$N_{un},$	$b_{un},$	$K_{fr},$	$G_{fr},$	$N_{fr},$	$b_{fr},$
[МПа]	[МПа]	[МПа]	[1]	[МПа]	[МПа]	[МПа]	[1]
1.88	1.25	25.0	0.85	4.38	2.92	41.7	0.81

На рисунке 3.1 представлено распределение пористости (объемного содержания воды и льда) вдоль высоты образца, измеренные в эксперименте и

полученные в численном моделировании после 12, 24 и 50 часов замораживания. На представленных распределениях можно выделить три области.

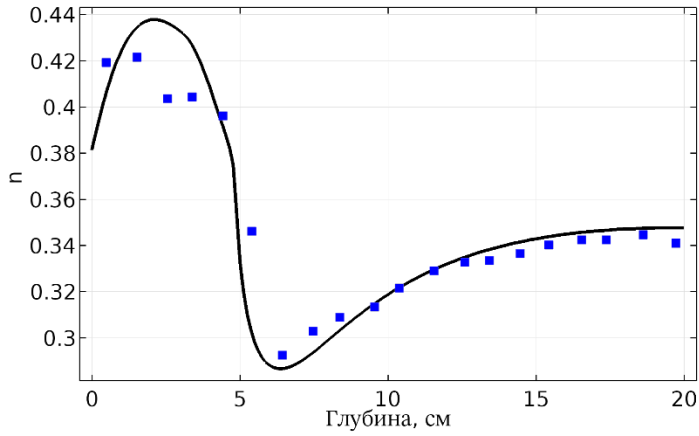
В первой области возникает рост пористости при температуре ниже температуры замерзания воды T_{ph} . Вследствие чего можно заключить, что в пределах этой области происходит морозное пучение грунта, вызванное кристаллизацией воды и притоком влаги.

Внутри второй области температура также ниже температуры T_{ph} , однако, наблюдается значительное падение пористости с достижением точки глобального минимума. Криогенное всасывание вызывает интенсивный отток влаги из этой области, что вместе с механическим воздействием со стороны замороженного грунта приводит к сжатию грунта и наблюдаемому падению пористости.

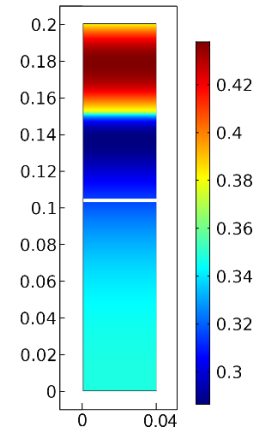
Третья область соответствует незамороженному грунту. Внутри этой области величина пористости также меньше начального значения вследствие миграции влаги к фронту промерзания и механическому воздействию со стороны замороженного грунта.

Сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными, позволяет заключить, что разработанная модель позволяет качественно описать как падение пористости в незамороженной зоне вследствие оттока влаги и сжатия грунтового скелета, так и ее рост в замороженной зоне, вызванный миграцией влаги и морозным пучением при формировании льда.

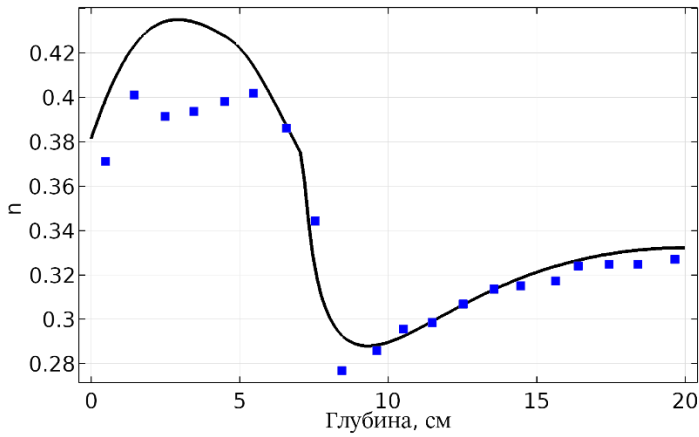
Соответствие между графиками на втором и третьем участках лучше, чем на первом. Максимальное отклонение между численными результатами и экспериментальными данными внутри первой области достигается для времени замораживания 24 часа и составляет 0.04. Во второй области максимальное отклонение также возникает на момент времени 24 часа и составляет 0.016. Таким образом, полученное отклонение не превышает 10%, что свидетельствует о хорошем количественном соответствии между численными результатами и экспериментальными данными.



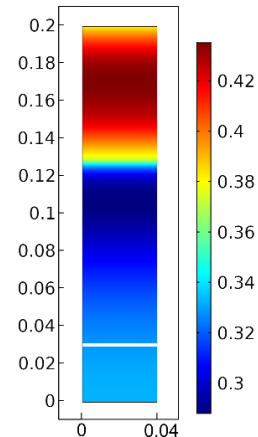
(а)



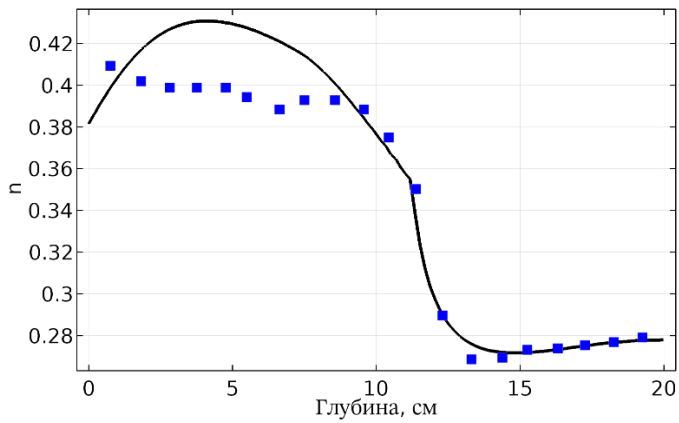
(б)



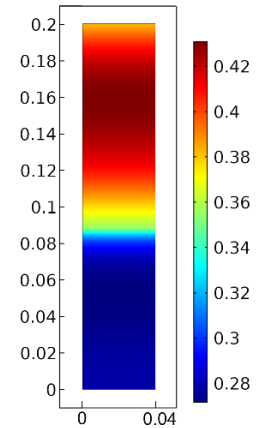
(в)



(г)



(д)



(е)

Рисунок 3.1 – Распределение пористости n по глубине образца супеси, измеренное в эксперименте (маркеры) и полученное в численном моделировании (черные кривые (справа) и распределения по области (слева)) после замораживания в течении 12 часов (а,б), 24 часа (в,г) и 50 часов (д,е). Белая линия на распределениях по области соответствует положению фронта промерзания $T = T_{ph}$

3.2 Одностороннее замораживание алевритистой глины в условиях открытой системы

Исследование возможности применения разработанной модели к расчету морозного пучения промерзающего грунта проводится путем сравнения результатов численного моделирования с данными лабораторного эксперимента, проведенного Lai Y. с соавторами [2]. Выбор данной работы обусловлен тем, что представленная в ней одномерная термогидромеханическая модель промерзания грунта послужила основной для создания трехмерной модели, представленной во второй главе.

В указанном лабораторном эксперименте выполнялось одностороннее искусственное замораживание цилиндрических образцов алевритистой глины в условиях открытой системы. Диаметр и высота каждого образца составлял 10 см. На верхнем и нижнем торцах поддерживались постоянные отрицательная и положительная температуры. Также к нижнему торцу обеспечивался приток воды. Боковые стороны образца были теплоизолированы.

Экспериментальные данные рассматриваются для двух температурных режимов замораживания. При замораживании с первым режимом на верхнем торце образца поддерживалась отрицательная температура $T_{fr} = -1.6^{\circ}\text{C}$, а на нижнем – положительная температура $T_w = 1.0^{\circ}\text{C}$. Во втором режиме температура замораживания T_{fr} составляла -4.0°C , а температура T_w на нижнем торце была 1.5°C . В обоих случаях к верхним торцам образцов прикладывалась осевая нагрузка P_{ob} , равная 50 и 100 кПа.

Описанные экспериментальные условия обеспечивают однонаправленное промерзание образца грунта от верхнего торца к нижнему. Исходя из этого, расчетная область представляла собой прямоугольник, совпадающий с половиной осевого сечения цилиндра. Расчетная область разбивалась на 620 четырехугольных элемента. Оптимальный размер расчетной сетки определялся на основе анализа сеточной сходимости.

На верхней границе прямоугольника задавались постоянные температура T_{fr} , внешняя нагрузка P_{ob} , и пористость n_b , равна $1.09 n_0$. Поскольку в эксперименте к нижнему торцу образца обеспечен приток воды, на нижней границе поддерживается постоянная положительная температура T_w и начальная пористость n_0 . Перемещение грунта на нижней границе зафиксировано. На боковой стороне прямоугольника заданы нулевые тепловой и массовый потоки, а перемещения разрешены только в вертикальном направлении. На стороне прямоугольника, соответствующей оси цилиндрического образца, задано условие симметрии.

Начальная температура в образцах T_0 равна 3.0°C для первого режима замораживания и 2.6°C для второго режима. Теплофизические параметры воды и льда соответствуют данным, представленным в таблице 3.1. Материальные параметры алевролитистой глины приведены в таблице 3.3. Значения теплофизических и упругих свойств взяты из [2]. Недостающие параметры модели определены путем проведения последовательной серии расчетов.

Таблица 3.3 – Материальные параметры алевролитистой глины

n_0 , [м ³ /м ³]	ρ_s , [кг/м ³]	λ_s , [Вт/(м·К)]	c_s , [Дж/(кг·К)]	k_0 , [м/с]	α , [1]	β , [1]	α_T , [1/К]	c_{un} , [кПа]
0.32	2360	1.5	1000	$1.6 \cdot 10^{-10}$	-3.0	-3.8	$2 \cdot 10^{-6}$	14
K_{un} , [МПа]	G_{un} , [МПа]	N_{un} , [МПа]	b_{un} , [1]	K_{fr} , [МПа]	G_{fr} , [МПа]	N_{fr} , [МПа]	b_{fr} , [1]	φ_{un} , [°]
2.75	1.05	18.4	0.75	6.12	2.35	18.7	0.73	18

На рисунках 3.2 и 3.3(а) представлены графики изменения температуры T со временем во внутренних точках образца и график зависимости вертикального перемещения u_z верхнего торца от времени, полученные в результате численного моделирования искусственного замораживания образца с первым температурным режимом. Данные приводятся до момента времени 14 часов, после которого температура в образце стабилизируется, а увеличение перемещения u_z происходит

только за счет роста толщины финального ледяного штира, расположенного вблизи фронта промерзания.

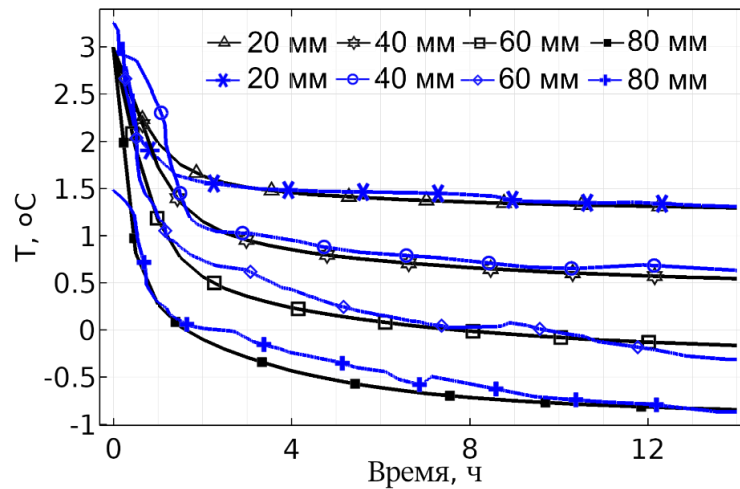


Рисунок 3.2 – Рассчитанные и экспериментальные графики (черные и синие кривые) изменения температуры со временем в точках внутри образца, расположенных на высоте 20 мм, 40 мм, 60 мм, 80 мм от нижнего торца, для первого режима замораживания

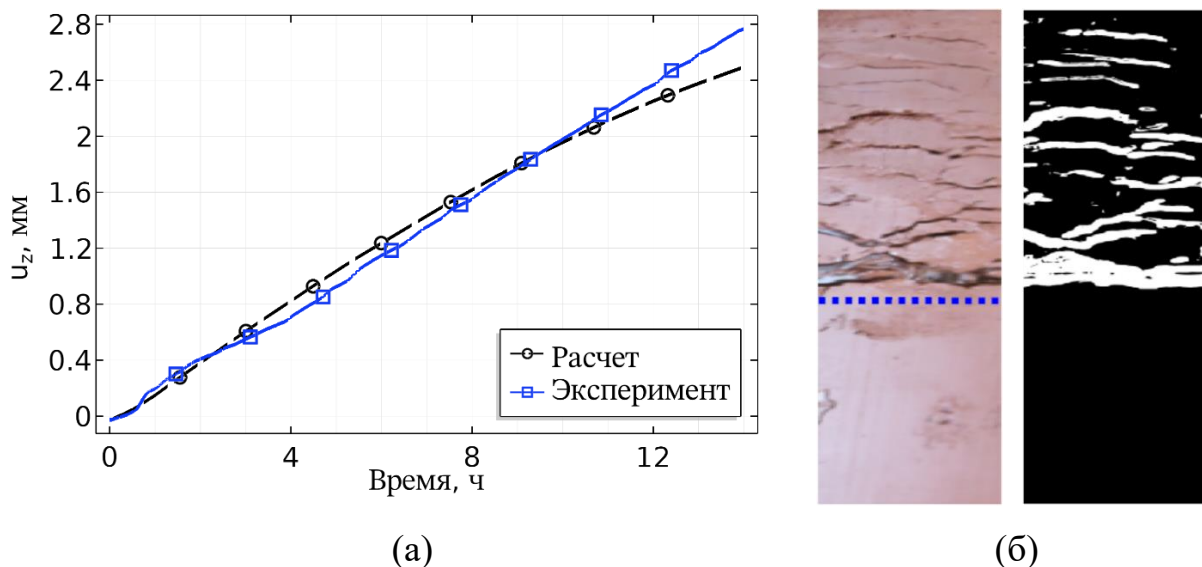


Рисунок 3.3 – (а) Рассчитанное и измеренное (черная и синяя кривые) вертикальное перемещение u_z верхнего торца образца для первого режима замораживания. (б) Фотография образца, замороженного с первым режимом, и бинарное изображение распределения ледяных штиров (изображения из работы [2])

Из графиков эволюции температуры видно, что за первые 2 часа замораживания происходит быстрое снижение температуры во всех рассматриваемых точках. После этого наступает стадия медленного падения температуры. На этой стадии в каждой точке наблюдается плавное снижение температуры до минимального значения. Вследствие малой величины температуры замораживания $T_{fr} = -1.6^{\circ}\text{C}$, уменьшение температуры ниже 0°C происходит только в двух точках, расположенных вблизи верхнего торца образца на высоте 60 мм и 80 мм. Процесс замораживания грунта в данных точках протекает плавно с постепенным фазовым переходом поровой влаги в лед.

В двух других точках, которые находятся на высоте 20 мм и 40 мм и расположены ближе к нижнему торцу, температура стабилизируется быстрее, что обусловлено более интенсивной компенсацией потерей тепла за счет теплопритока со стороны незамороженного грунта.

Из представленного на рисунке 3.3(а) графика изменения вертикального перемещения u_z верхнего торца со временем видно, что торец монотонно поднимается. Откуда следует, что при замораживании происходит объемное расширение грунта, вызванное морозным пучением вследствие фазового перехода воды в лед и дополнительным притоком воды со стороны нижнего торца образца.

Величина перемещения u_z , полученная в численном расчете, хорошо согласуется с экспериментальными измерениями на протяжении 10 часов. После этого рассчитанное перемещение становится меньше измеренного по причине значительного увеличения толщины финального ледяного штира, который не может быть описан разработанной моделью (рисунок 3.3(б)).

На рисунках 3.4 и 3.5(а) представлены графики изменения температуры в точках образцов и вертикального перемещения u_z верхнего торца в зависимости от времени для второго температурного режима замораживания. Как в предыдущем случае, данные приводятся до момента времени 20 часов, соответствующего стабилизации температуры.

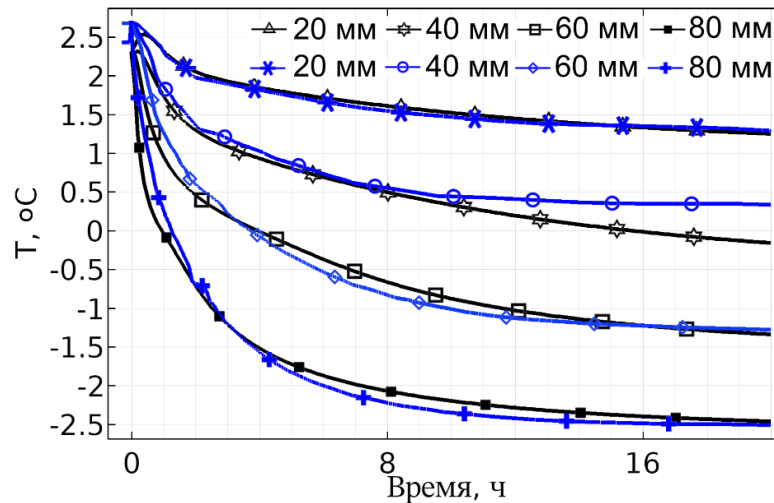
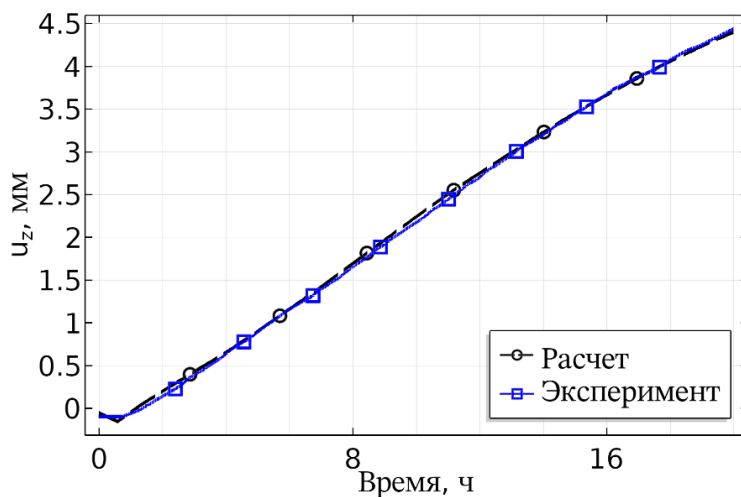
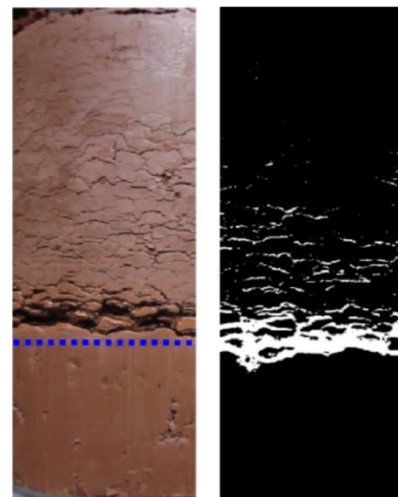


Рисунок 3.4 – Рассчитанные и экспериментальные графики (черные и синие кривые) изменения температуры со временем в точках внутри образца, расположенных на высоте 20 мм, 40 мм, 60 мм, 80 мм от нижнего торца, для второго режима замораживания



(a)



(б)

Рисунок 3.5 – (а) Рассчитанное и измеренное (черная и синяя кривые) вертикальное перемещение u_z верхнего торца образца для второго режима замораживания. (б) Фотография образца, замороженного при втором режиме, и бинарное изображение распределения ледяных шлиров (изображения из работы Lai Y. с соавторами [2])

По сравнению с первым случаем стабилизация температуры в точках внутри образца происходит более медленно, что связано с более глубоким промерзанием

грунта вследствие большей величины температуры замораживания $T_{fr} = -4.0$ °С. Также в данном случае графики эволюции температуры, полученные в численном моделировании в точках, находящихся вблизи верхнего торца, лучше согласуются с экспериментальными данными. Это может быть связано с более интенсивным замораживанием, которое способствует падению интенсивности криогенных течений и более быстрому образованию льда без значительного переохлаждения воды.

Замораживание грунта с более низкой температурой и большей вертикальной нагрузкой приводит к более быстрому промерзанию грунта с формированием массивной криогенной структурой в отсутствии толстых ледяных шпиров. Сравнение кривых, представленных на рисунке 3.5(а), позволяет заключить, что в данном случае рассчитанная зависимость изменения вертикального перемещения u_z со временем достаточно точно совпадает с экспериментальными данными. В начале замораживания на обеих кривых наблюдается участок, в пределах которого перемещение u_z остается постоянным, что свидетельствует о сдерживании морозного пучения внешней вертикальной нагрузкой. После того как силы морозного пучения превосходят внешнюю нагрузку, перемещение u_z монотонно увеличивается. Спустя 20 часов замораживания в образце возникает финальный ледяной шпир, поэтому дальнейшее численное моделирование не проводится (рисунок 3.5(б)).

Характер промерзания грунта с массивным льдообразованием без формирования толстых ледяных шпиров, наблюдаемый при втором режиме замораживания до стабилизации температуры в образце, хорошо соответствует предположениям, сделанным при разработке модели (рисунок 3.5(б)). Проведенное сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными показывает, что в этом случае модель достаточно точно описывает увеличение высоты замораживаемого образца вследствие морозного пучения с максимальным отклонением менее 0.07 мм. В тоже время результаты численного моделирования медленного промерзания образца грунта с малой температурой замораживания предсказывают заниженную величину

перемещения верхнего торца образца с максимальным отклонением менее 0.26 мм, что обусловлено формированием толстых ледяных шлиров (рисунок 3.3(б)). Рассчитанное изменение температуры со временем внутри образцов для обоих режимов замораживания имеет приемлемое согласование с измерениями с величиной отклонения в замороженной зоне не более 0.35°C.

3.3 Радиальное замораживание песка в условиях закрытой системы

В предыдущих параграфах рассматривались эксперименты по искусственному замораживанию образцов мелкодисперсных грунтов, для которых характерна интенсивная миграция влаги к фронту промерзания, вызванная криогенным всасыванием. Однако при строительстве подземных сооружений также возникает необходимость искусственного замораживания влагонасыщенных песчаных грунтов, которые состоят из более крупных минеральных частиц. По этой причине морозное пучение песчаных грунтов в значительной степени обусловлено объемным расширением замерзающей воды, изначально содержащейся в поровом пространстве. При этом миграция влаги к фронту промерзания слабо выражена либо полностью отсутствует.

Для того чтобы исследовать возможность модели описывать деформирование грунта под воздействием сил морозного пучения, вызванных объемным расширением воды при ее фазовом переходе в лед, выполнено численное моделирование эксперимента по радиальному замораживанию влагонасыщенного кварцевого песка в условиях закрытой системы, проведенного в Лаборатории термомеханики твердых тел «ИМСС УрО РАН». Особенности эксперимента описываются ниже.

Насыщенный дистиллированной водой песок помещается в жесткий пластиковый контейнер, имеющий форму цилиндра с толщиной боковой стенки 2.8 см (рисунок 3.6(а)). Снизу и сверху контейнер закрывается крышками толщиной 2 мм. По оси контейнера установлена медная трубка. После упаковки песка получающий в итоге образец грунта представляет собой полый цилиндр

высотой 5 мм, внутренним и внешним радиусами 1 см и 5.7 см. Радиальное замораживание грунта выполняется посредством хладагента, циркулирующего по медной трубке.

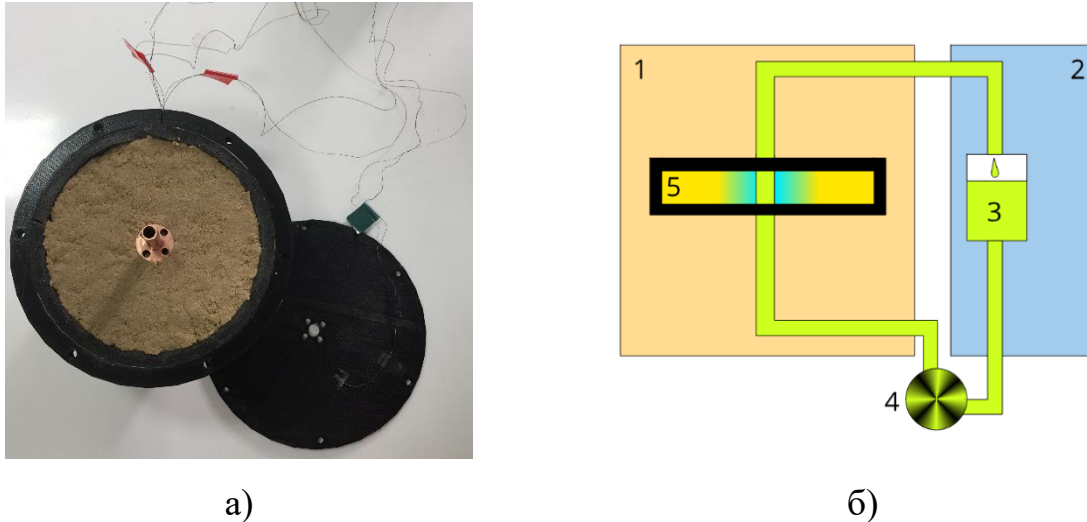


Рисунок 3.6 – (а) Фотография пластмассового контейнера, заполненного влагонасыщенным песком. (б) Схема охлаждающей системы, состоящей из теплоизолированного короба (1), морозильного ларя (2), расширительного бачка с хладагентом (3), насоса (4), пластмассового контейнера с грунтом (5).

Схема охлаждающей системы представлена на рисунке 3.6(б). Она состоит из теплоизолированного короба, морозильного ларя, расширительного бачка и насоса. Во время эксперимента пластиковый контейнер с песком находится внутри теплоизолированной камеры, чтобы исключить приток тепла к грунту со стороны окружающей среды. Медная трубка в центре контейнера соединена с насосом и расширительным бачком, заполненным хладагентом, который охлаждается до температуры $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$.

В процессе замораживания грунта проводилось измерение его температуры и смещения в радиальном направлении. Измерение температуры в грунте выполнялось с помощью трех термопар, расположенных как показано на рисунке 3.7(а). Первая термопара ТС1 находилась на медной трубке, чтобы отслеживать температуру замораживания грунта T_{fr} . Вторая термопара ТС2

располагалась на внутренней боковой поверхности пластикового контейнера. Третья термопара TC3 была прикреплена к датчику деформации BR. Датчик помещался в середину образца с грунтом на высоте 2.5 мм от его нижней поверхности и расстоянии 2.8 см от центра пластикового контейнера.

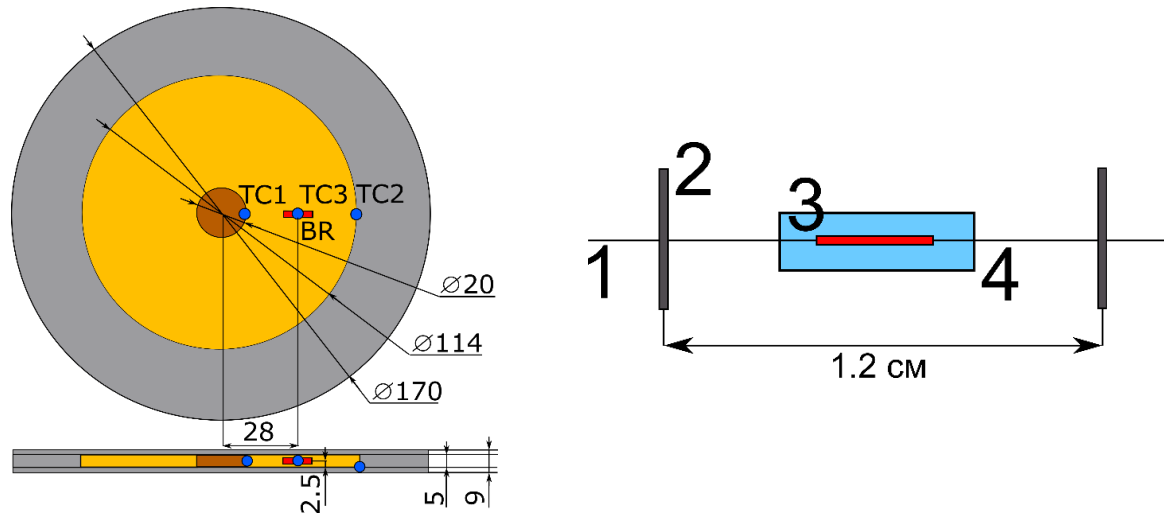


Рисунок 3.7 – (а) Схема расположения термопар TC1, TC2, TC3 и датчика деформаций BR (все размеры указаны в мм) в образце грунта внутри пластмассового контейнера. (б) Схема датчика деформации BR, состоящего из оптоволоконна (1), двух пластинок (2), волоконно-оптического сенсора на основе решетки Брэгга (3) и защитной трубки (4).

Схема датчика деформации показана на рисунке 3.7(б). Он состоит из волоконно-оптического элемента на основе решетки Брэгга и двух металлических пластинок, закрепленных на оптоволоконне на расстоянии 1.2 см. Предполагается, что вызванное замораживанием деформирование грунта в точках расположения пластинок приводит к их перемещению, которое может быть зарегистрировано чувствительным элементом. Для того чтобы защитить чувствительный элемент от механического воздействия грунта, он помещался в металлическую трубку, что позволяло предотвратить изгиб оптоволоконна в месте его расположения и связанное с этим изменение спектральной картины сигнала. Температурная компенсация показаний волоконно-оптического элемента выполнялась с

использованием измерений температуры, полученных с помощью термопары ТС3.

В соответствии с условиями эксперимента расчет промерзания грунта проводился в осесимметричной постановке для прямоугольной области, размеры которой соответствовали пластиковому контейнеру, показанному на рисунке 3.7(а). Расчетная сетка состояла из 820 четырехугольных элементов.

Начальная температура T_0 грунта была равна 24.0 °С. Показания термопары ТС1, представленные на рисунке 3.8, задавались в качестве температуры замораживания T_{fr} на боковой границе прямоугольника, соответствующей границе медной трубки. Пористость n_b на этой границе была предполагалась равной $1.09n_0$, а перемещения ограничивались в радиальном направлении. Для того чтобы учесть потери тепла на внешней границе пластмассового контейнера задавались граничные условия третьего рода с коэффициентом 0.61 Вт/(м²·К) на боковой стороне, 1.64 Вт/(м²·К) и 0.9 Вт/(м²·К) на верхней и нижней сторонах. Податливость стенок контейнера учитывалась путем задания граничного условия упругого основания с параметром жесткости 0.72 ГПа/м на внешней боковой стенке и 0.12 ГПа/м на верхней и нижней границах.

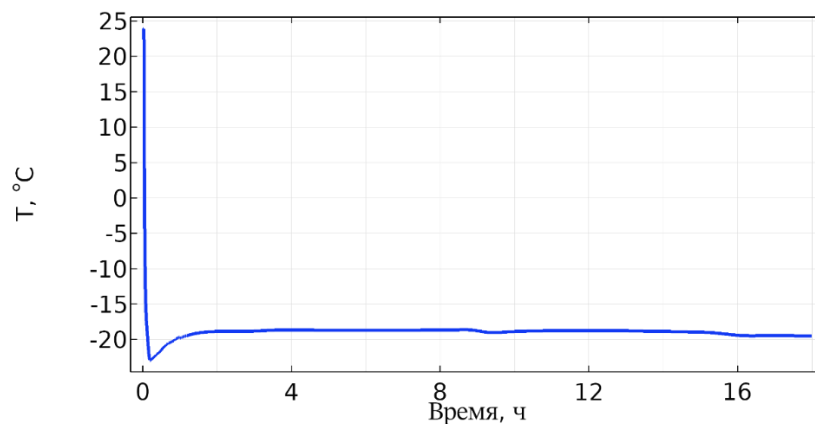


Рисунок 3.8 – График изменения температуры замораживания T_{fr} от времени, соответствующий показаниям термопары ТС1

Теплофизические параметры воды и льда соответствовали данным в таблице 3.1. Материальные параметры кварцевого песка представлены в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Материальные параметры песка

n_0 , [М ³ /М ³]	ρ_s , [кг/М ³]	λ_s , [Вт/(М·К)]	c_s , [Дж/(кг·К)]	k_0 , [м/с]	α , [1]	β , [1]	α_T , [1/К]
0.35	1850	1.3	800	$3.5 \cdot 10^{-4}$	-5.5	-12	$1 \cdot 10^{-6}$
K_{un} , [МПа]	G_{un} , [МПа]	N_{un} , [МПа]	b_{un} , [1]	K_{fr} , [МПа]	G_{fr} , [МПа]	N_{fr} , [МПа]	b_{fr} , [1]
154	4.62	7.13	0.89	722	615	8.92	0.86

На рисунке 3.9 показано изменение температуры со временем на внешней границе кольца с грунтом и на датчике перемещений, измеренное термопарами ТС2, ТС3 и полученное в расчете. Рассчитанные графики температуры имеют хорошее качественное и количественное соответствие с экспериментальными данными. Максимальное отклонение между рассчитанной и измеренной температурой наблюдается в начале охлаждения в точке расположения термопары ТС2 и составляет 2 °С.

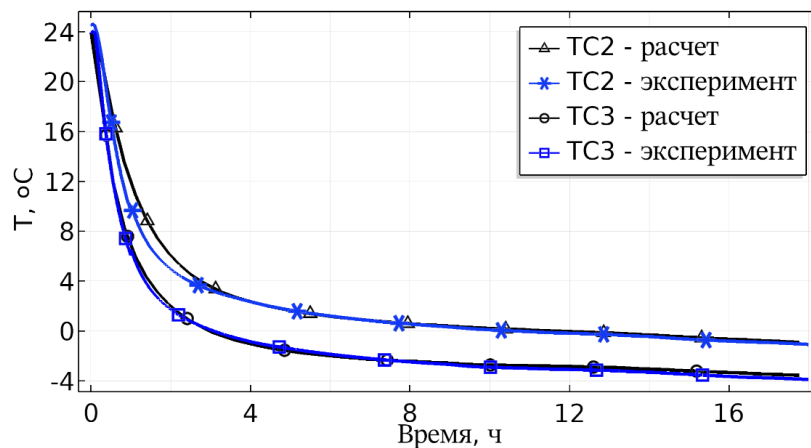


Рисунок 3.9 – Изменение температуры T со временем в песке, измеренное термопарами ТС2, ТС3 (синие кривые) и полученное путем численного моделирования (черные кривые)

На рисунке 3.10 представлены показания деформационного датчика и график изменения радиальной деформации со временем, полученный в результате численного моделирования.

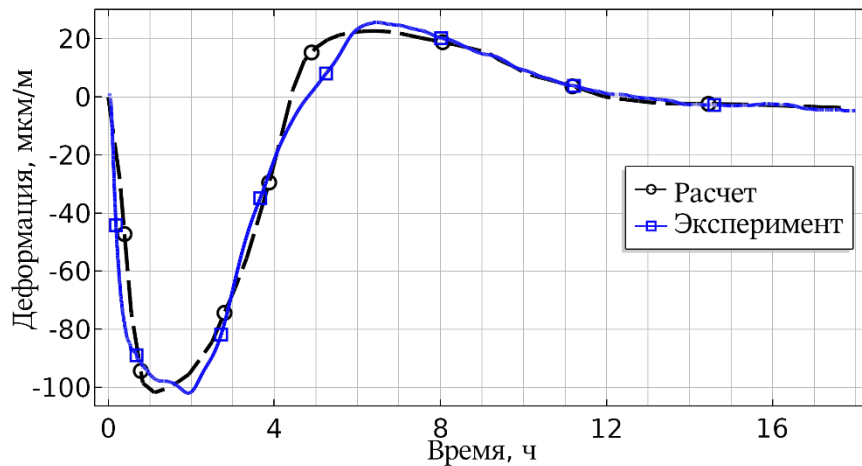


Рисунок 3.10 – Изменение относительного радиального растяжения/сжатия со временем (черная кривая – расчет, синяя кривая – эксперимент)

Из сравнения рассчитанного и экспериментального графиков можно заключить, что результаты численного моделирования достаточно хорошо согласуются с измерениями.

В начале охлаждения грунт в местах расположения пластинок деформационного датчика ВР находится в незамороженной зоне. Вследствие механического воздействия сил морозного пучения, возникающих в замороженной зоне возле медной трубки, и отрицательной температурной деформации, вызванной уменьшением температуры, незамороженный грунт в указанной области сжимается, о чем свидетельствует отрицательная радиальная деформация. При распространении фронта промерзания до места расположения датчика происходит объемное расширение грунта, связанное с фазовым переходом поровой воды в лед, которое характеризуется увеличением радиальной деформации. После того как датчик полностью оказался в замороженной зоне, наблюдается уменьшение радиальной деформации, вызванное сжатием уже замороженного грунта силами морозного пучения, возникающими вследствие сдерживания объемного расширения вновь промерзающего грунта стенками пластмассовой формы. Однако, по причине более высокой жесткости грунта в замороженном состоянии уменьшение радиальной деформации не столько значительно, как в начале эксперимента.

Следует отметить, что аналогичное механическое поведение промерзающей горной породы было зафиксировано с помощью тензодатчиков в эксперименте по замораживанию известняка, результаты которого представлены в [150].

3.4 Одноосные испытания на ползучесть замороженного грунта

Как отмечено в первой главе одной из особенностей замороженных грунтов является развитие в них деформации ползучести при долговременном действии внешней нагрузки. Для этого чтобы учесть данную особенность, механическая часть разработанной модели дополняется определяющим соотношением (2.29) для расчета вязкоупругой деформации.

Анализ применимости соотношения (2.29) для расчета ползучести проведен путем численного моделирования механических испытаний на одноосную ползучесть цилиндрических образцов из замороженного алевритистого песка, проведенных Институтом природопользования НАН Белоруссии.

Алевритистый песок для изготовления образцов был взят на участке заложения шахтных стволов на Петриковском месторождении калийных солей в диапазоне глубин 74.5 – 76 м. Диаметр образцов составлял 5 см, высота – 8 см. Механические испытания проводились в соответствии с ГОСТ 12248-96. Нагрузка прикладывалась к верхнему торцу образцов в течение 24 часов. Температура грунта в ходе испытаний поддерживалась постоянной на уровне -8 °С. Экспериментальные данные взяты из отчета о НИР [174].

Механические параметры, используемые в численном моделировании, представлены в таблице 3.5. Объемный модуль упругости и модуль сдвига замороженного грунта задавались в соответствии с данными, представленными в отчете о НИР [174].

Таблица 3.5 – Материальные параметры замороженного алевритистого песка

K_{fr} , [ГПа]	G_{fr} , [ГПа]	ξ , [МПа]	ω	m
2.13	1.94	25	0.054	0.468

На рисунке 3.11 приведены рассчитанные и измеренные графики изменения осевой деформации ε_z со временем для алевритистого песка для уровней нагрузки $P_1 = 1.13$ МПа, $P_2 = 2.26$ МПа, $P_3 = 3.40$ МПа, $P_4 = 4.53$ МПа.

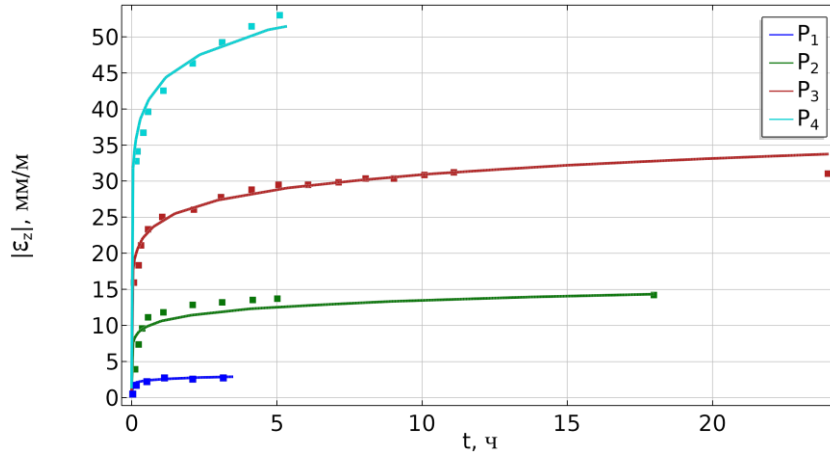


Рисунок 3.11 – Изменение осевой деформации ε_z замороженного образца алевритистого песка со временем, зарегистрированное при испытании (маркеры) и полученные в расчете (кривые) при величинах нагрузки $P_1 = 1.13$ МПа, $P_2 = 2.26$ МПа, $P_3 = 3.40$ МПа, $P_4 = 4.53$ МПа

На экспериментальных графиках можно выделить две стадии ползучести. Стадия неустановившейся ползучести возникает непосредственно после приложения нагрузки и характеризуется резким ростом деформации. Далее начинается стадия установившейся ползучести. На этой стадии наблюдается медленное увеличение деформации в течение длительного промежутка времени. При возрастании нагрузки до 4.53 МПа изменение деформации становится более выраженным, а продолжительность стадии сокращается до 5.1 часов. Прекращение испытаний свидетельствует о достижении предела длительной прочности грунта и начале прогрессирующего течения.

Сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными показывает, что предложенные соотношения позволяют качественно и количественно описать процесс затухающей ползучести с единым набором параметров в широком диапазоне нагрузок. Отклонение рассчитанных кривых изменения осевой деформации со временем от экспериментальных данных не

превышает 11%. Следует отметить, что в некоторых современных моделях используются параметры, зависящие от нагрузки, что позволяет более точно описать увеличение деформации со временем, но требует проведения большого количества механических испытаний для их идентификации [113,114].

3.5 Выводы по главе

В данной главе выполнен анализ применимости разработанной во второй главе термогидромеханической модели к описанию процесса промерзания влагонасыщенного грунта. По результатам проведенного анализа можно сделать следующие выводы.

- Численное моделирование экспериментов по одностороннему замораживанию образцов супеси в условиях закрытой системы показало, что модель позволяет описать эволюцию пористости промерзающего грунта, характеризующееся увеличением пористости в замороженной зоне вследствие морозного пучения и падением пористости вблизи фронта промерзания, вызванного криогенной миграцией влаги. Максимальное отклонение рассчитанной величины пористости от экспериментально измеренной не превышает 10%.

- Численное моделирование экспериментов по одностороннему замораживанию образцов алевролитистой глины в условиях открытой системы при двух температурных режимах с различной величиной вертикальной нагрузки показало, что модель, позволяет описывать как эволюцию температуры внутри образца, так и увеличение абсолютной деформации морозного пучения грунта с течением времени до момента стабилизации температуры. Установлено, что при промерзании образца грунта с формированием массивной криогенной текстуры в отсутствии толстых ледяных шлиров результаты численного моделирования более точно предсказывают величину абсолютной деформации морозного пучения, чем в случае промерзания с образованием толстых ледяных шлиров. В первом случае до момента стабилизации температуры в образце максимальное

отклонение между рассчитанной и измеренной величинами вертикального перемещения верхнего торца образца не превышает 3%, тогда как во втором случае оно составляет 10%.

- Численное моделирование эксперимента по радиальному замораживанию влагонасыщенного песка в стесненных условиях показало, что модель позволяет предсказать изменение температуры со временем в грунте и характер его деформирования. Рассчитанные и экспериментальные кривые изменения температуры для точек грунта, расположенных внутри образца и на его границе, находятся в хорошем соответствии с отклонением не превышающим 2°C . Рассчитанная зависимость радиального смещения грунта в процессе промерзания со временем достаточно точно описывает экспериментальные данные. При этом наблюдается увеличение количественного расхождения между рассчитанной и экспериментальной величинами деформации в начале замораживания и при локальном переходе грунта из состояния сжатия в состояние растяжения.

В дополнение была выполнена верификация определяющего соотношения для расчета вязкоупругой деформации, включенного в модель с целью описания ползучести замороженных грунтов. Проведенная верификация по данным механических испытаний по одноосному длительному нагружению образцов из замороженного алевритистого песка показала, что рассчитанные кривые ползучести хорошо описывают экспериментальные данные на стадиях неустановившегося и установившегося реологического течения с отклонением не более 11% в диапазоне нагружения от 1.13 МПа до 4.53 МПа.

Глава 4. Численное моделирование формирования ледопородного ограждения для строительства вертикального шахтного ствола

Покровные слои месторождений калийных солей зачастую состоят из слабых, неустойчивых грунтов и водоносных горизонтов. По этой причине проведение вертикальных шахтных стволов на калийных рудниках обычно выполняется с использованием искусственного замораживания.

Замораживание породного массива выполняется посредством хладогента, циркулирующего по трубам, установленных внутри замораживающих скважин, которые бурятся вокруг проектного сечения шахтного ствола. С течением времени циркуляция хладогента приводит к охлаждению породного массива вокруг замораживающих скважин и образованию ледопородных цилиндров, которые в процессе замораживания увеличиваются в диаметре, а после смыкания формируют сплошное ледопородное ограждение (ЛПО).

Искусственное замораживание способствует существенному укреплению грунтов и снижению их проницаемости. Вместе с тем, возникновение в процессе замораживания морозного пучения и усадки грунтов, изменения их физико-механических свойств, вызывает нарушение естественного состояния породного массива и формирует новые гидрогеологических условия в области технологического воздействия.

В данной главе разработанная термогидромеханическая модель применяется для исследования искусственного замораживания влагонасыщенных грунтовых слоев на участке строительства вертикального шахтного ствола на Петриковском месторождении калийных солей, находящегося в Республике Беларусь.

Рассматриваются следующие задачи.

- Трехмерное численное моделирование искусственного замораживания влагонасыщенных слоев алевролита и песка при наличии внешнего притока подземных вод. Анализ влияния криогенной миграции влаги, морозного пучения и усадки на формирование ЛПО в грунтовых слоях и их напряженно-деформированное состояние.

- Исследование на основе двумерного численного моделирования изменения порового давления внутри сплошного ЛПО в процессе искусственного замораживания двух влагонасыщенных слоев песка, залегающих на различных глубинах. Анализ полевых измерений уровней подземных вод внутри сплошного ЛПО, проведенных на данных глубинах в гидронаблюдательных скважинах.

В ходе решения задач демонстрируется возможность применения разработанной модели для проектирования технологического процесса искусственного замораживания и прогноза состояния ЛПО по данным термометрического мониторинга и показаний гидронаблюдательных скважин.

Результаты численного моделирования процесса искусственного замораживания грунтовых слоев на Петриковском месторождении представлены в работах [179–188].

4.1 Трехмерное численное моделирование искусственного замораживания влагонасыщенных грунтовых слоев

Искусственное замораживание породного массива на участке заложения шахтного ствола на Петриковском месторождении проводилось в пределах водоносных пород до глубины 265 м.

На рисунке 4.1(а) представлена проектная схема расположения замораживающих скважин в горизонтальном сечении породного массива. В соответствии с проектом замораживание проводилось с использованием 41 замораживающей скважины. Скважины располагались вдоль окружности радиусом 8.25 м. Радиус каждой замораживающей скважины был 7.3 см. Расстояние между двумя скважинами равнялось 1.11 м. Проектный радиус шахтного ствола составлял 5.25 м.

Также на рисунке 4.1(а) показано расположение контрольно-термических скважин КТ1 и КТ2, в которых в процессе искусственного замораживания специалистами Горного института УрО РАН проводилось измерение температуры с помощью волоконно-оптических датчиков. Скважина КТ1

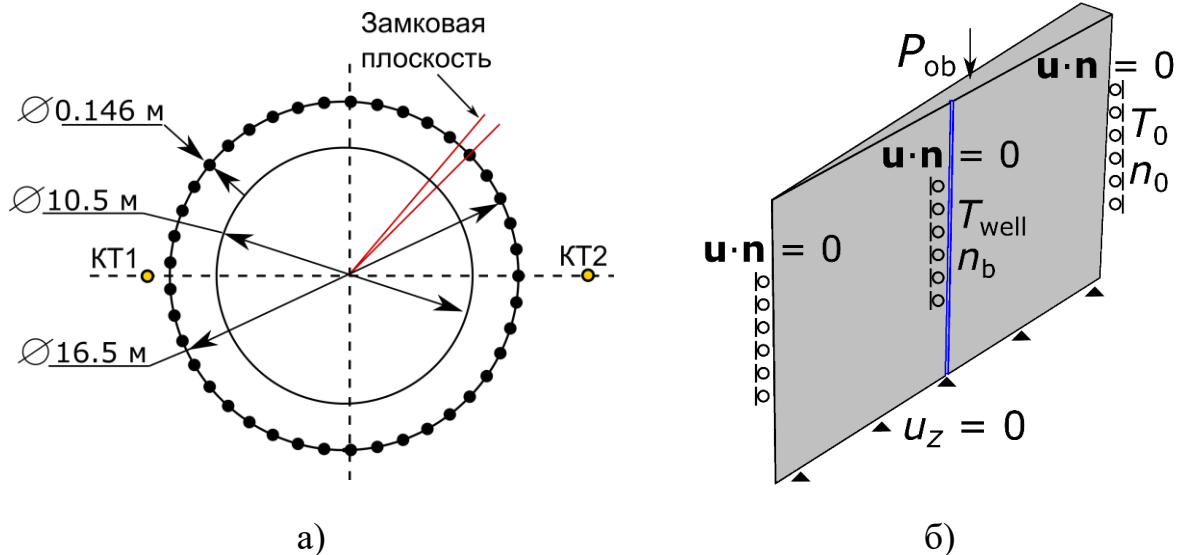


Рисунок 4.1 – (а) Проектная схема расположения замораживающих скважин и контрольно-термических скважин (КТ1 и КТ2) в горизонтальном сечении породного массива (красными линиями обозначена рассматриваемая область). (б) Геометрия расчетной области и схема граничных условий.

находилась на расстоянии 1.25 м от контура замораживающих скважин, а скважина КТ2 на расстоянии 2.25 м. Подробное описание технологических особенностей проведения искусственного замораживания породного массива на Петриковском месторождении и термометрического мониторинга состояния ЛПО приведено в работе [189].

Для выполнения трехмерного численного моделирования искусственного замораживания влагонасыщенных грунтовых слоев принимаются следующие упрощения.

1. Теплообмен между соседними грунтовыми слоями оказывает малое влияние на процесс формирования ЛПО.
2. Механическое взаимодействие между соседними грунтовыми слоями в процессе промерзания не учитывается.
3. Переносом воды между соседними грунтовыми слоями в процессе промерзания пренебрегается.
4. Отклонение оси замораживающих скважин от вертикального направления не учитывается.

В соответствии с первыми тремя упрощениями каждый грунтовый слой породного массива может быть рассмотрен по отдельности. Четвертое упрощения позволяет воспользоваться условиями симметрии и уменьшить размер расчетной области. Сделанные упрощения позволяют существенно сократить вычислительные затраты и проводить численное моделирование без использования суперкомпьютеров.

Рассматриваются два влагонасыщенных грунтовых слоя – слой алевролита, в диапазоне глубин 50-58 м, и слой песка, в диапазоне глубин 65-85 м. Алевролит является мелкозернистым грунтом, поэтому в процессе его промерзания может возникать миграция влаги к фронту фазового перехода под действием криогенного всасывания. Песок состоит из минеральных частиц более крупного размера, вследствие чего при его замораживании миграция влаги слабо выражена либо полностью отсутствует, а морозное пучение происходит только за счет объемного расширения воды, изначально содержащейся в порах.

4.1.1 Геометрия расчетной области и граничные условия

Для упрощения проведения численного моделирования отклонением оси замораживающих скважин от вертикального направления пренебрегается. Вследствие этого процесс искусственного замораживания грунтового слоя может быть исследован в области, ограниченной двумя плоскостями симметрии, проекции которых показаны на рисунке 4.1(а) красными линиями. Первая плоскость проходит через центр одной из замораживающих скважин. Вторая плоскость проходит посередине между выбранной скважиной и соседней к ней. В дальнейшем данную плоскость мы будем называть замковой плоскостью.

Геометрия расчетной области и схема граничных условий показаны на рисунке 4.1(б). В горизонтальном сечении расчетная область представляет собой половину кругового сектора, заключенного между двумя замораживающими скважинами. Расстояние от центра проектируемого шахтного ствола до внешней границы расчетной области составляет 16.5 м. Остальные размеры заданы в

соответствии с проектом по проведению искусственного замораживания (см. предыдущий параграф). В слое алеврита верхняя граница расчетной области соответствует глубине 50 м, в слое песка 65 м.

Согласно схеме, представленной на рисунке 4.1(б), на границе замораживающей скважины заданы температура замораживания T_{well} и пористость n_b , равная $1.09n_0$, где n_0 – начальная пористость. Перемещение на границе скважины разрешено только в вертикальном направлении. На внешней границе расчетной области поддерживаются постоянные температура T и пористость n , равные своим начальным значениям T_0 и n_0 . Перемещение на внешней границе разрешено только в вертикальном направлении. На остальных границах области заданы нулевые тепловой и массовый потоки. Нижняя граница области закреплена по перемещениям в вертикальном направлении. На верхнюю границу области действует вертикальное давление P_{ob} со стороны вышележащих пород. На боковых границах области задано условие симметрии. Также вследствие условия симметрии перемещение на внутреннем ребре области ограничено в горизонтальном направлении.

График изменения температуры на границе скважины T_{well} со временем представлен на рисунке 4.2. Представленный график соответствует режиму подачи хладагента при искусственном замораживании на Петриковском месторождении.

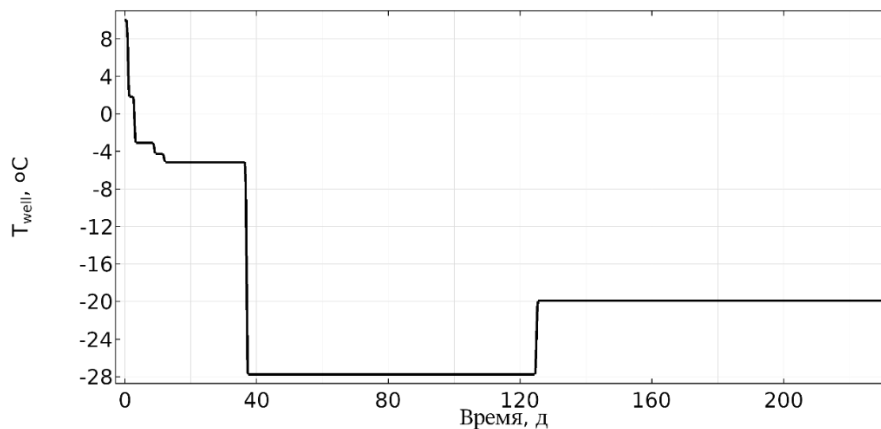


Рисунок 4.2 – График изменения температуры T_{well} на границе замораживающей скважины со временем

Начальная температура T_0 , пористость n_0 , гидростатическое давление p_0 и давление вышележащих слоев P_{ob} для грунтовых слоев алевролита и песка представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Входные параметры для грунтовых слоев

Грунт	n_0 , [1]	n_b , [1]	T , [°C]	p_0 , [МПа]	P_{ob} , [МПа]
Алеврит	0.32	0.349	10	0.5	1.0
Песок	0.28	0.305	10	0.65	1.2

4.1.2 Идентификация материальных параметров алевролита и песка

Для обоснования инженерных решений по проходке шахтного ствола способом искусственного замораживания в Институте недропользования НАН Беларуси были выполнены серии лабораторных экспериментов по исследованию свойств кернового материала, отобранного на участке Петриковского месторождения. В результате выполнения экспериментов были определены упругие, теплофизические и фильтрационные характеристики образцов горных пород при положительной и отрицательной температуре, в том числе рассматриваемых в настоящей работе алевролита и песка. Идентификация остальных параметров модели была выполнена на основе данных стандартных лабораторных испытаний по измерению степени пучинистости грунтов (ГОСТ 28622-90).

Данное лабораторное испытание заключалось в одностороннем замораживании цилиндрического образца влагонасыщенного грунта с постоянной температурой в условиях открытой системы (с подтоком влаги). Диаметр и высота образца равнялись 10 см. Охлаждение выполнялось на верхнем торце образца с постоянной температурой $T_{fr} = -6$ °C. На нижнем торце поддерживалась положительная температура $T_w = 1$ °C и обеспечивался постоянный контакт грунта с водой. Боковые стороны образца были теплоизолированы. Замораживание образца продолжалось до его промерзания на глубину 9 см. По

окончанию замораживания измерялось вертикальное перемещение u_z (абсолютная деформация) верхнего торца образца. В результате проведенных испытаний в образце из алеврита было зафиксировано вертикальное перемещение верхнего торца равное – 6.5 мм, а в образце из песка – 4.1 мм [174].

Численное моделирование лабораторных испытаний выполнялось с учетом описанных экспериментальных условий. В силу симметрии расчетная область представляла собой прямоугольник, имеющим размеры половины осевого сечения цилиндрического образца. Расчетная область разбивалась на 620 четырехугольных элемента.

На верхней границе прямоугольника задавались постоянная температура замораживания T_{fr} и пористость n_b , равная $1.09n_0$, где n_0 – начальная пористость. На нижней границе поддерживались положительная температура T_w и начальная пористость n_0 . На боковых сторонах образца задавались нулевые тепловой и массовый потоки. Перемещение на боковых сторонах было разрешено только в вертикальном направлении. Нижняя граница была зафиксирована. Верхняя граница была свободна от нагрузки.

Теплофизические свойства воды и льда приведены в таблице 3.1. Материальные параметры алеврита и песка представлены в таблицах 4.2 и 4.3.

Как уже было отмечено, упругие, теплофизические и фильтрационные характеристики грунтов определены в лабораторных испытаниях. Остальные параметры идентифицированы путем проведения серии расчетов из условия

Таблица 4.2 – Материальные параметры алеврита

n_0 , [м ³ /м ³]	ρ_s , [кг/м ³]	λ_s , [Вт/(м·К)]	c_s , [Дж/(кг·К)]	k_0 , [м/с]	α , [1]	β , [1]	α_T , [1/К]	c_{un} , [кПа]
0.32	1950	2.17	746	$4.7 \cdot 10^{-10}$	-4.0	-4.2	$5 \cdot 10^{-6}$	9.8
K_{un} , [МПа]	G_{un} , [МПа]	N_{un} , [МПа]	b_{un} , [1]	K_{fr} , [МПа]	G_{fr} , [МПа]	N_{fr} , [МПа]	b_{fr} , [1]	φ_{un} , [°]
44.3	6.2	10.2	0.85	150	109	62.4	0.83	23

Таблица 4.3 – Материальные параметры песка

n_0 , [м ³ /м ³]	ρ_s , [кг/м ³]	λ_s , [Вт/(м·К)]	c_s , [Дж/(кг·К)]	k_0 , [м/с]	α , [1]	β , [1]	α_T , [1/К]	c_{un} , [кПа]
0.28	2100	4.35	708	$6.7 \cdot 10^{-5}$	-5.6	-15	$1 \cdot 10^{-6}$	5.0
K_{un} , [МПа]	G_{un} , [МПа]	N_{un} , [МПа]	b_{un} , [1]	K_{fr} , [МПа]	G_{fr} , [МПа]	N_{fr} , [МПа]	b_{fr} , [1]	φ_{un} , [°]
120	4.5	9.45	0.87	650	568	32.5	0.85	30

соответствия между вычисленным и измеренным вертикальным перемещением u_z верхнего торца образца.

На рисунке 4.3 представлены зависимости изменения вертикального перемещения u_z верхнего торца от времени и характерное распределение пористости, полученные в результате численного моделирования замораживания образцов из алевролита и песка. Для обоих грунтов рассчитанная величина перемещения u_z на момент окончания замораживания соответствует измеренному значению. Однако качественно графики изменения перемещения u_z от времени отличаются. Промерзание алевролита происходит более медленное, чем песка, что обусловлено его теплофизическими свойствами, большим влагосодержанием и конвективным теплопереносом вследствие миграции влаги. В результате этого образец из алевролита промерзает до глубины 9 см за 20 часов, тогда как образец из песка – за 11 часов.

Другим фактором, определяющим вид кривой морозного пучения грунта, является возникновение в грунте миграции влаги к фронту промерзания. В образце алевролита морозное пучение обусловлено как замерзанием объема воды, изначально содержащегося в порах, так и объема воды, поступившего со стороны нижнего торца образца под действием криогенного всасывания. Как следствие, поднятие верхнего торца образца из алевролита происходит достаточно равномерно, постепенно замедляясь с увеличением глубины промерзания.

Морозное пучение в песке, происходит только за счет начального влагосодержания. По этой причине наблюдается резкое увеличение

вертикального перемещения u_z верхнего торца образца в начале эксперимента, когда происходит замораживание основного объема поровой воды. После того как большая часть образца замерзла, поднятие верхнего торца быстро замедляется, а перемещение u_z становится почти постоянным.

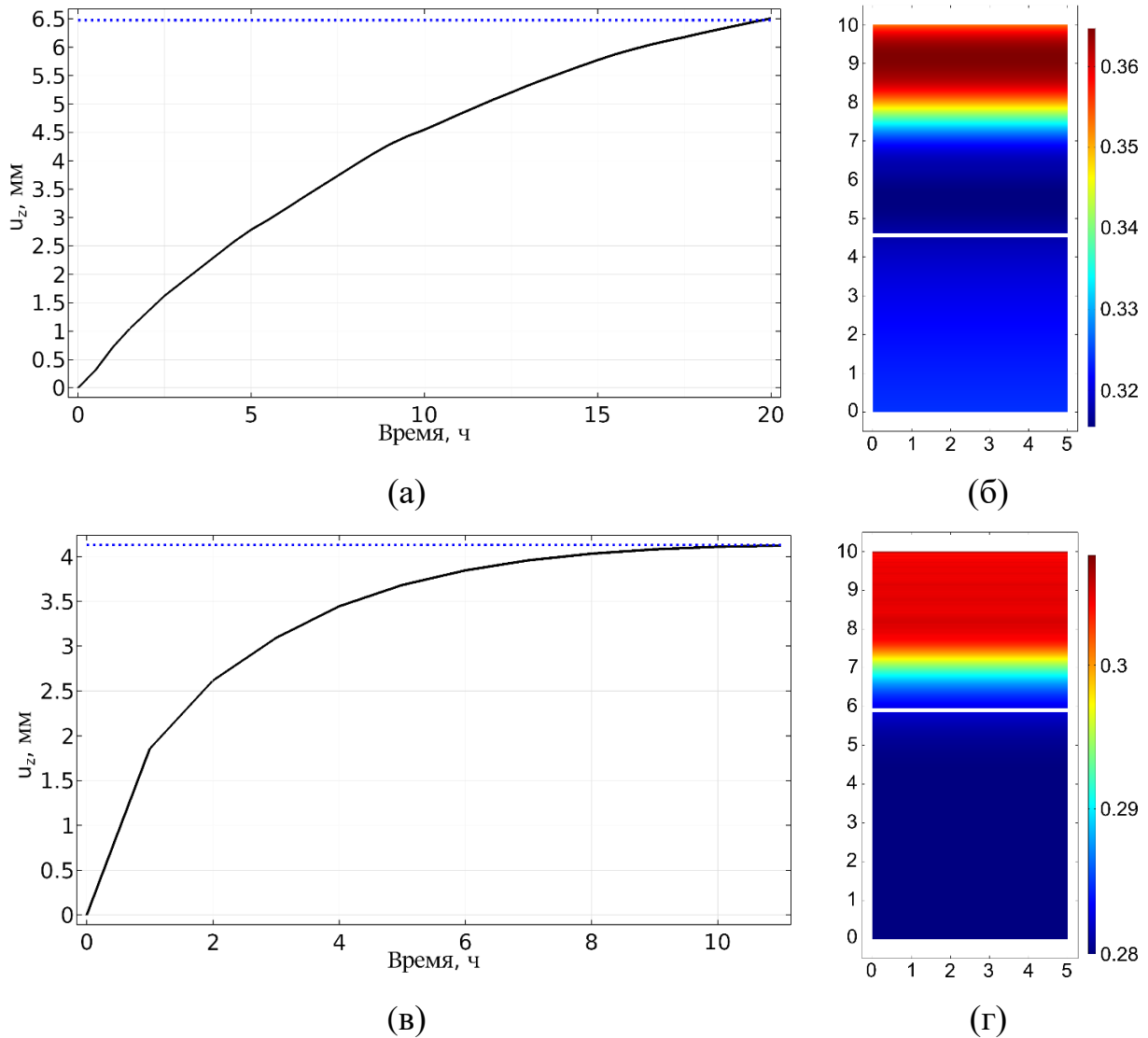


Рисунок 4.3 – Изменение вертикального перемещения u_z верхнего торца образца из алеврита (а) и песка (в) со временем замораживания (синяя пунктирная линия – перемещение u_z , измеренное в эксперименте).

Распределение пористости n по высоте образца из алеврита после 2 часов замораживания (б) и песка после 1 часа замораживания (г) (белая линия – положение фронта промерзания $T = T_{ph}$)

На распределении пористости в алевролите можно выделить три области. В первой области наблюдается рост пористости при температуре ниже T_{ph} . Вторая область также находится при температуре ниже T_{ph} , но в ее пределах пористость достигает своего минимального значения. Третья область соответствует незамороженной зоне грунта.

Увеличение пористости в первой области составляет 12% относительно начального значения, что свидетельствует о дополнительном притоке воды к замороженной зоне под действием криогенного всасывания. С другой стороны, падение пористости во второй и третьей областях означает, что вследствие миграции влаги происходит усадка грунта вблизи фронта промерзания.

В отличие от алевролита в песке повышение пористости в замороженной зоне составляет 9%, что обусловлено только объемным расширением воды, изначально содержащейся в порах. При этом из распределения пористости видно, что за фронтом промерзания она монотонно увеличивается, а перед ним пористость равна начальному значению.

На рисунке 4.4 показаны профили вертикального перемещения u_z вдоль образцов из алевролита и песка после 2 часов и 1 часа замораживания, соответственно. Видно, что представленные графики качественно совпадают с распределениями пористости.

На графике для алевролита наблюдается отрицательное перемещение u_z вблизи фронта промерзания, что означает сжатие твердого скелета грунта в этой области. Исходя из соотношения (2.17) для эффективного напряжения твердого скелета грунта, можно заключить, что поровое давление p в этой области является отрицательным. Именно по этой причине в алевролите возникает миграция влаги к фронту промерзания.

В замороженной зоне грунта перемещение u_z монотонно возрастает, что означает растяжение грунта под влиянием положительного порового давления. Следует отметить, что представленный график распределения вертикального перемещения u_z по высоте образца согласуется с результатами, полученными в современных модификациях модели твердого льда [1,160].

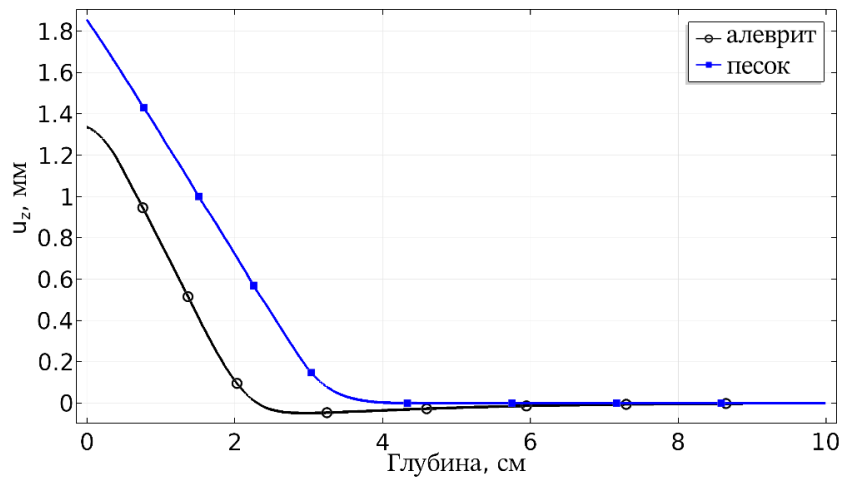


Рисунок 4.4 – Профиль вертикального перемещения u_z вдоль образца из алевролита после 2 часов замораживания и образца из песка после 1 часа замораживания

На графике распределения перемещения u_z по образцу из песка наблюдается только монотонное увеличение u_z за фронтом промерзания, что свидетельствует об отсутствии криогенного всасывания в песке и возникновения положительного порового давления в замороженной зоне.

4.1.3 Анализ сеточной сходимости

Для численного решения задачи искусственного замораживания влагонасыщенных грунтов выполнялось разбиение расчетной области, показанной на рисунке 4.1 (б), на элементы в виде призм с треугольным основанием. Основание каждой призмы было параллельно горизонтальному сечению расчетной области. Вблизи границы замораживающей скважины проводилось сгущение сетки. Элементы, примыкающие к границе замораживающей скважины, имели минимальный размер. С увеличением расстояния размер элементов постепенно увеличивался. Максимальный размер элементов достигался на внешней границе расчетной области.

Анализ сеточной сходимости решения системы нелинейных уравнений массопереноса (2.37), теплопереноса (2.38), равновесия (2.39) проводился по результатам серии расчетов, выполненных на сетках с разным размером

элементов. В качестве эталонного было выбрано решение, полученное на сетке с количеством элементов 49685 и средним размером элемента 0.35 м. Более крупные сетки были получены путем масштабирования эталонной сетки с масштабным коэффициентом κ , равным 1.1, 1.3, 1.5, 2.0, 4.0. Относительная погрешность δ_{var} вычислялась по следующей формуле:

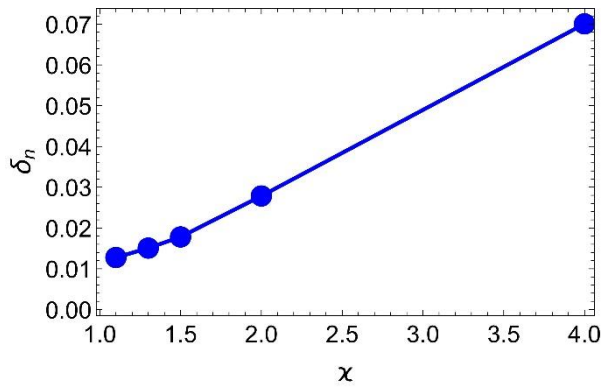
$$\delta_{var} = \frac{\sqrt{\int_0^{t_{max}} \int_{\Omega} (var_e - var)^2 d\Omega dt}}{\sqrt{\int_0^{t_{max}} \int_{\Omega} (var_e)^2 d\Omega dt}}, \quad (4.1)$$

где var соответствует численному решению для независимой переменной модели (температуры T , пористости n или вектора перемещения \mathbf{u}), var_e – эталонное численное решение для выбранной независимой переменной, Ω – расчетная область, t_{max} – время замораживания.

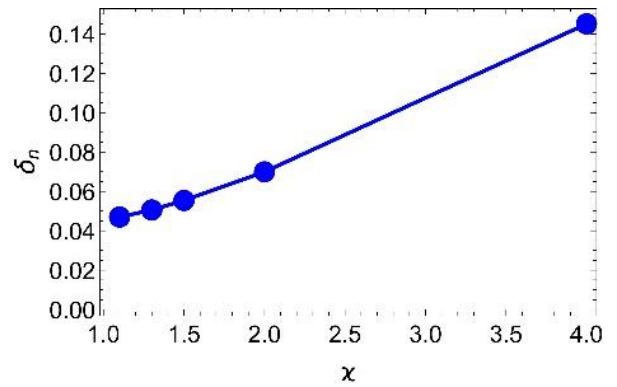
На рисунке 4.5 представлены зависимости относительных погрешностей δ_{var} от размера сетки, определенные для слоев алеврита и песка при их искусственном замораживании в течение 210 и 126 дней, когда произошло промерзание рассматриваемого грунтового слоя до проектного сечения шахтного ствола. В обоих случаях для всех независимых переменных наблюдается снижение погрешности при измельчении расчетной сетки. Для значений масштабного коэффициента κ меньших 1.5 относительные погрешности остаются неизменными, что свидетельствует о сеточной сходимости численного решения системы уравнений, входящих в модель.

Величина относительной погрешности δ_T численного решения для температуры T меньше величин относительных погрешностей δ_n и δ_u , определенных для пористости n и перемещения \mathbf{u} . Откуда можно заключить, что численные решения уравнений массопереноса и равновесия более чувствительны к размеру расчетной сетки, чем решение уравнения теплопереноса. Большая чувствительность к размеру сетки численного решения для перемещения по сравнению с температурой так же наблюдалась в вычислительных экспериментах,

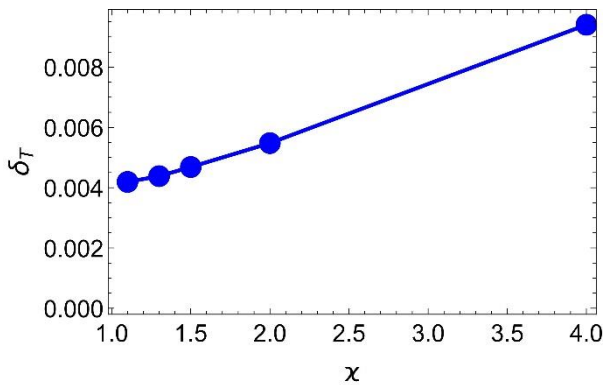
проведенных в [127] для термомеханической модели промерзания влагонасыщенного грунта.



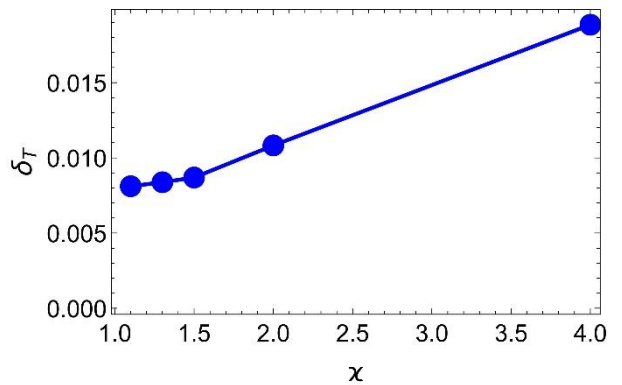
а)



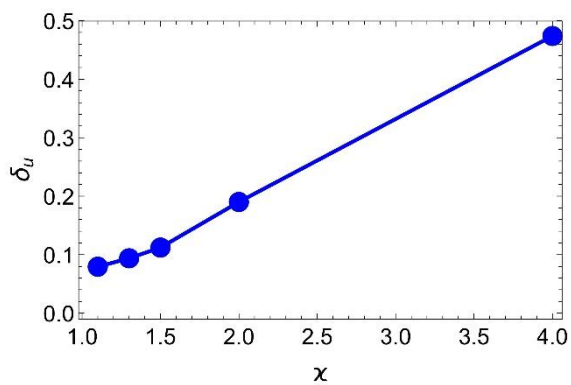
б)



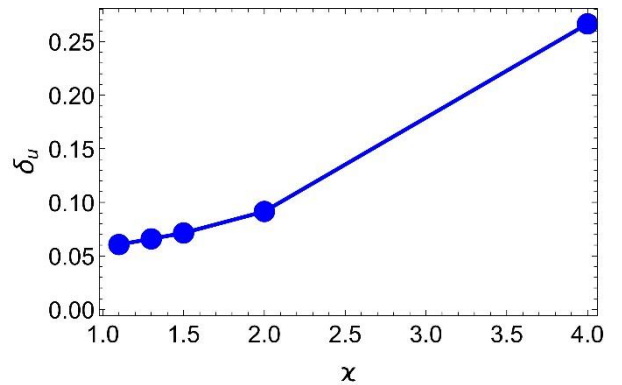
в)



г)



д)



е)

Рисунок 4.5 – Зависимость относительных погрешностей δ_n , δ_T , δ_u решений уравнений от масштабного коэффициента χ для слоя алеврита (а,в,д) и песка (б,г,е)

4.1.4 Результаты численного моделирования искусственного замораживания влагонасыщенных грунтовых слоев

Рассмотрим результаты численного моделирования искусственного замораживания влагонасыщенных слоев алеврита и песка.

На рисунках 4.6 и 4.7 показано распределение температуры T в слое песка после 16, 36, 52 и 126 дней искусственного замораживания и в слое алеврита после 16, 38, 70, 210 дней искусственного замораживания. Для большей наглядности распределения представлены по всему участку грунтового слоя, на котором проводилось искусственное замораживание. Построение распределений выполнялось путем зеркального отображения численного решения, полученного в расчетной области, относительно плоскостей симметрии.

В соответствии с проектной документацией проведения искусственного замораживания на участке Петриковского месторождения проектная толщина ЛПО в слое песка должна составлять 2.0 м, в слое алеврита – 1.9 м. На основе результатов численного моделирования можно заключить, что проектная толщина ЛПО в слое песка была достигнута за 52 дня искусственного замораживания, а в слое алеврита – за 70 дней. При этом распространение внутренней границы ЛПО до проектного контура шахтного ствола в слое песка произошло после 126 дней замораживания, а в слое алеврита – после 210 дней. Более медленное промерзание алеврита обусловлено большим влагосодержанием, меньшим коэффициентом температуропроводности, а также конвективным теплопереносом, вызванным миграцией влаги к фронту промерзания.

В процессе замораживания грунтовых слоев может быть выделено две стадии. В начале первой стадии происходит промерзание грунта, примыкающего к стенкам замораживающих скважин, вследствие чего вокруг них нарастают ледопородные цилиндры. С течением времени фронты промерзания вокруг каждой замораживающей скважины, увеличиваясь в диаметре, приближаются к замковой плоскости. По достижению фронтами промерзания замковой плоскости ледопородные цилиндры, нарастающие вокруг соседних замораживающих

скважин, смыкаются, вследствие чего формируется сплошное ЛПО. Во время второй стадии развития процесса замораживания происходит рост толщины ЛПО за счет промерзания грунта, расположенного как внутри контура замораживающих скважин, так и примыкающего к ЛПО с внешней стороны.

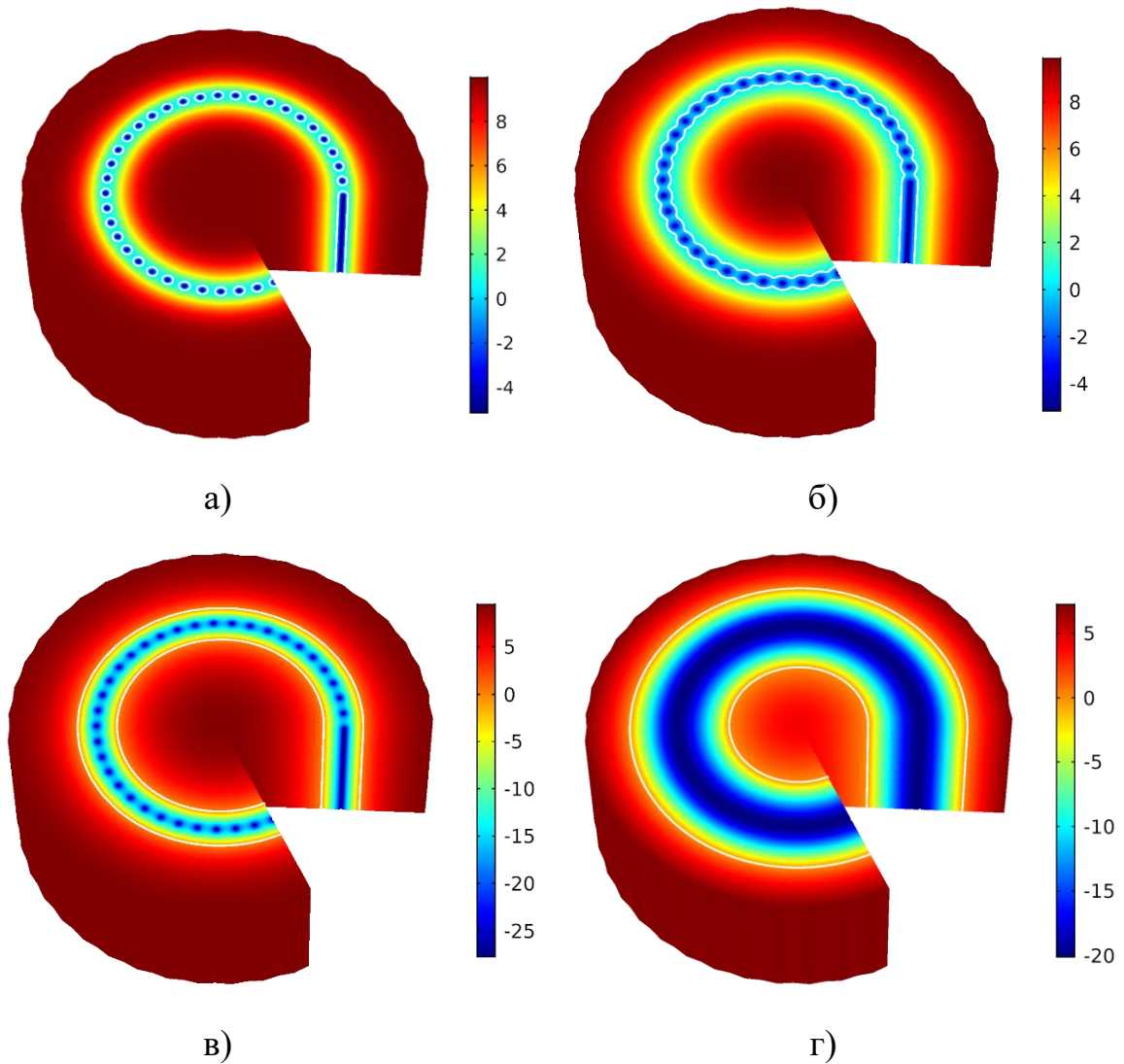


Рисунок 4.6 – Распределение температуры T [°C] в слое песка после 16, 36, 52, 126 дней замораживания (белая линия соответствует положению фронта промерзания $T = T_{ph}$)

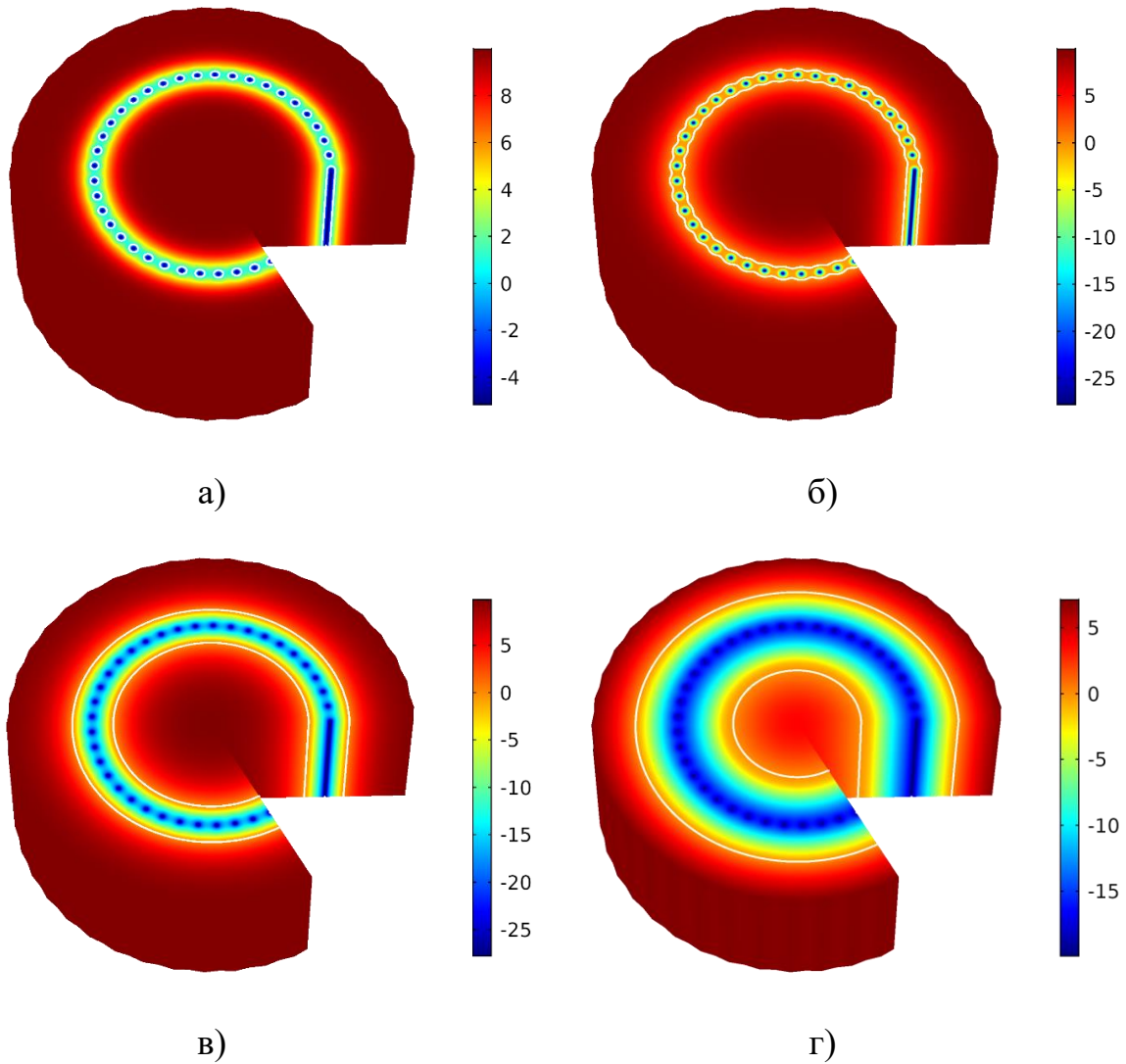


Рисунок 4.7 – Распределение температуры T [°C] в слое алеврита после 16, 38, 70, 210 дней замораживания (белая линия соответствует положению фронта промерзания $T = T_{ph}$)

На рисунке 4.8 представлены графики изменения температуры со временем, измеренные в контрольно-термических скважинах КТ1 и КТ2 во время проведения активной стадии искусственного замораживания на Петриковском месторождении и полученные в результате численного моделирования.

На основе представленных данных можно заключить, что рассчитанное изменение температуры со временем хорошо согласуется с полевыми измерениями. Поскольку контрольно-термическая скважина КТ1 находится ближе к контуру расположения замораживающих скважин, температура в ней снижается быстрее, чем в контрольно-термической скважине КТ2, более

отдаленной от контура замораживания. Также видно, что при искусственном замораживании слоя песка падение температуры происходит быстрее, чем в слое алеврит, что согласуется с представленными на рисунках 4.6 и 4.7 распределениями.

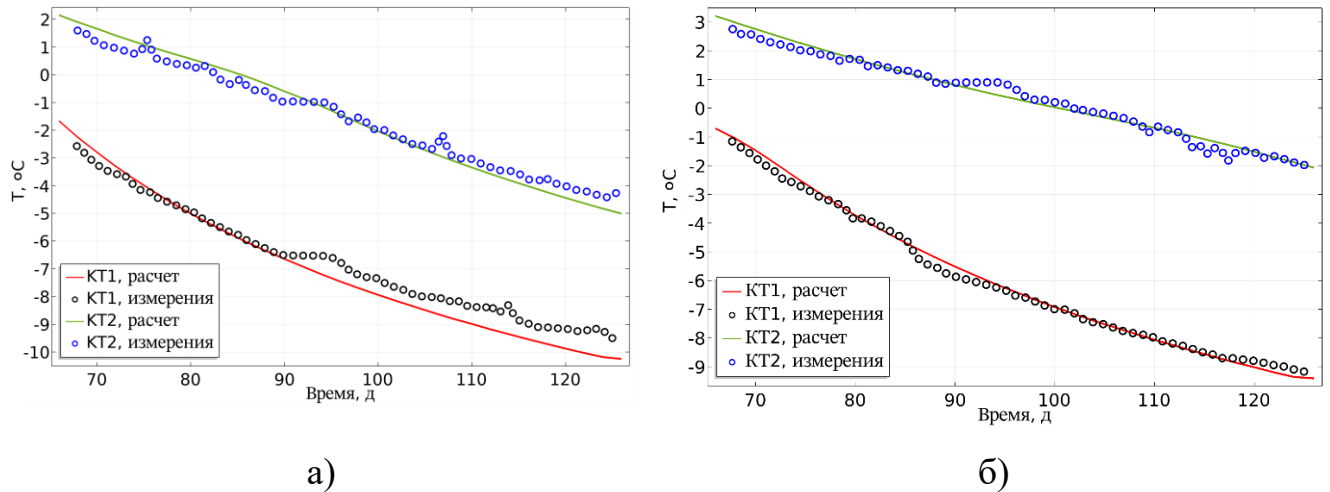


Рисунок 4.8 – Изменения температуры T со временем в слое песка (а) и алеврита (б), измеренные в контрольно-термических скважинах КТ1 и КТ2 и полученные в точках их расположения в результате численного моделирования

На рисунке 4.9 представлено распределение пористости n в слое песка на 16, 36, 52 день и в слое алеврита на 16, 38, 70 день замораживания.

Распределение пористости в слое песка является однородным по толщине ЛПО. Увеличение пористости в замороженной зоне составляет 9% относительно начального значения. Это объясняется тем, что в песке морозное пучение вызвано только объемным расширением воды, содержащейся в грунте в естественном состоянии, а миграция влаги к фронту промерзания отсутствует.

Качественно другой характер распределения пористости наблюдается в слое алеврита. Искусственное замораживание данного грунтового слоя сопровождается интенсивным морозным пучением грунта в замороженной зоне и его консолидацией вблизи фронта промерзания.

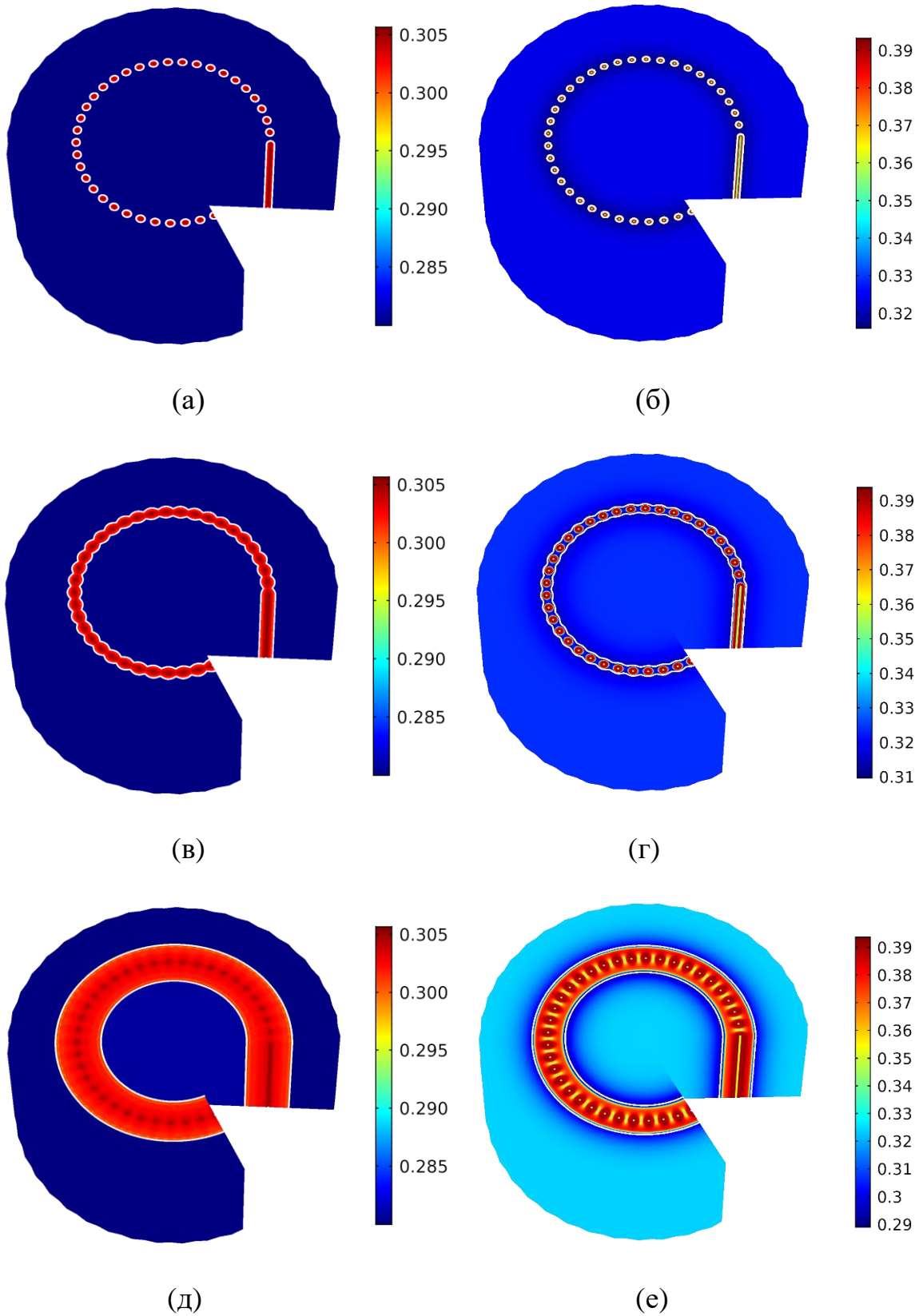


Рисунок 4.9 – Распределение пористости n в слое песка (а,в,д) на 16, 36, 52 день и алеврита (б,г,е) на 16, 38, 70 день замораживания (белая линия соответствует положению фронта промерзания $T = T_{ph}$)

Возле замораживающей скважины пористость возрастает на 21% относительно начального значения, что свидетельствует о выраженном притоке воды в замороженную зону под влиянием криогенного всасывания. В тоже время, возникающий в ходе замораживания отток воды из незамороженного грунта приводит к его осадке и уменьшению пористости.

Поскольку в незамороженном грунте, находящимся внутри ЛПО, отсутствует доступ к внешним источникам воды, по мере продвижения фронта промерзания к центру проектируемого шахтного ствола осадка грунта возрастает. Так на 70 день замораживания падение пористости вблизи внутренней границы ЛПО составляет 10%, а вблизи внешней границы – 8%.

На рисунке 4.10(а) показано распределение пористости n по толщине ЛПО в слое алеврита на 70 день искусственного замораживания. Также на рисунке изображен вектор скорости течения воды \mathbf{v}_l .

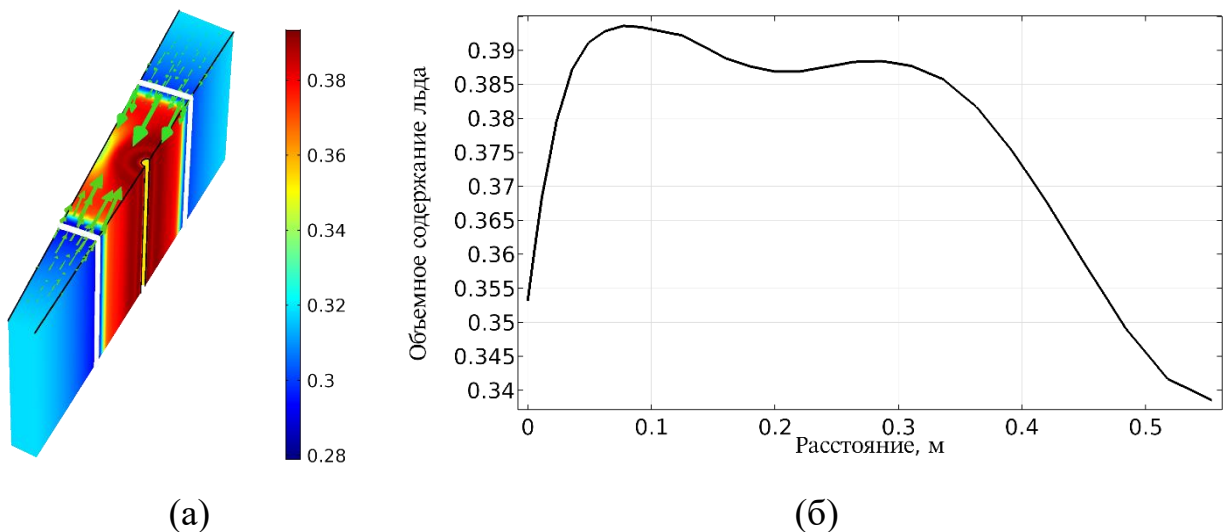


Рисунок 4.10 – (а) Распределение пористости n и скорости течения воды \mathbf{v}_l (зеленые стрелки) в алеврите на 70 день замораживания (белая линия соответствует положению фронта промерзания $T = T_{ph}$).

(б) Распределение объемного содержания льда по отрезку соединяющего ось замораживающей скважины с замковой плоскостью по середине толщины грунтового слоя

Из анализа данных, представленных на рисунке, видно, что распределение пористости по толщине ЛПО неоднородное, а вектор скорости под влиянием криогенного всасывания направлен к границам ЛПО. Движение воды прекращается только за фронтом промерзания при температуре ниже температура замерзания воды T_{ph} , что соответствует экспериментальным наблюдениям [2,35,38].

Приток воды к внешней границе ЛПО больше, чем к внутренней, что приводит к более интенсивному развитию морозного пучения. Причина этого заключается в том, что с внешней стороны ЛПО окружено незамороженным грунтом, в который свободно поступают подземные воды. В тоже время количество воды, содержащейся в незамороженном грунте внутри ЛПО, ограничено. Как следствие, пористость вблизи внешней границы ЛПО на 3% больше, чем вблизи внутренней.

Кроме этого на рисунке 4.10(а) отчетливо видна область с пониженной пористостью возле замковой плоскости. На первой стадии замораживания, когда фронт промерзания распространяется от замораживающей скважины к замковой плоскости, под влиянием криогенного всасывания из указанной области возникает отток влаги к фронту промерзания. Также дополнительному сжатию грунта в данной области способствует морозное пучение, развивающееся в нарастающем ледопородном цилиндре. Как следствие, вблизи замковой плоскости происходит существенное падение пористости грунта и его консолидация.

На рисунке 4.10(б) показан профиль объемного содержания льда вдоль отрезка, соединяющего ось замораживающей скважины с замковой плоскостью по середине толщины грунтового слоя. Можно видеть, что в отмеченной области объемное содержание льда на 17% меньше, чем возле замораживающей скважины.

В ходе искусственного замораживания грунтовых слоев вместе с уменьшением температуры и эволюцией пористости грунтов происходит изменение их напряженно-деформированного состояния.

На рисунке 4.11 показано распределение полной объемной деформации ε_{vol} и среднего эффективного напряжения σ'_m в слое песка после 52 дней замораживания. В замороженной зоне грунта наблюдается возрастание объемной деформации и среднего эффективного напряжения, вызванное морозным пучением грунта вследствие объемного расширения при замерзании воды, изначально содержащейся в грунте.

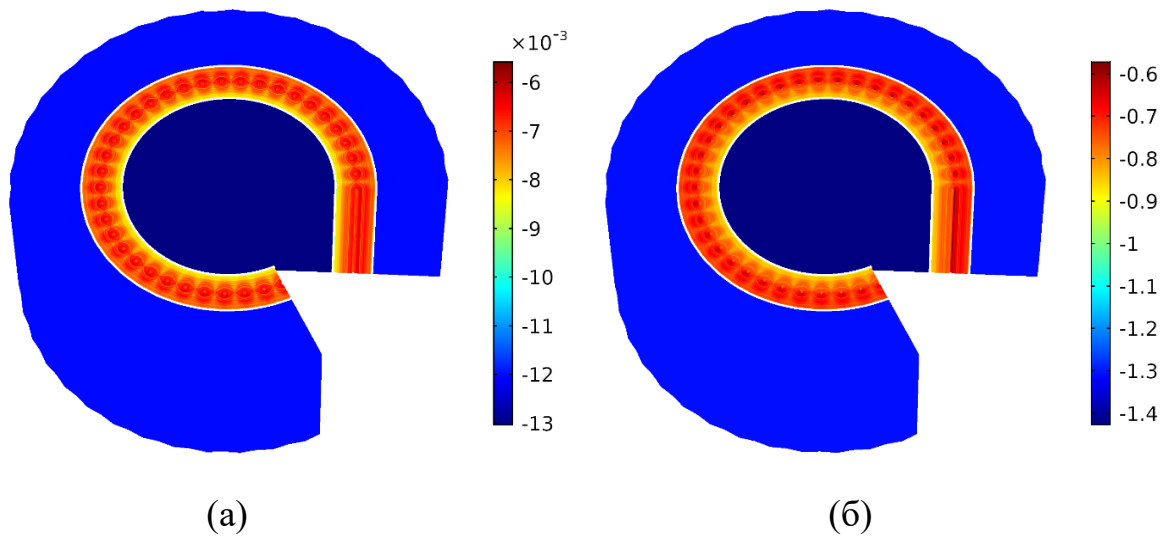


Рисунок 4.11 – Распределение полной объемной деформации ε_{vol} (а) и среднего эффективного напряжения σ'_m [МПа] (б) в слое песка на 52 день замораживания

Согласно соотношению (2.22) для порового давления p , увеличение пористости на 9% приводит к возрастанию давления p , которое в соответствии с соотношением (2.17) для эффективного напряжения твердого скелета грунта вызывает повышение среднего напряжения и, как следствие, объемной деформации. Несмотря на морозное пучение, объемная деформация и среднее напряжение в замороженной зоне остаются отрицательными, откуда следует, что давление вышележащих слоев P_{ob} превосходит величину порового давления и грунт в замороженной зоне остается в состоянии сжатия.

Также из рисунка 4.11 видно, что в незамороженном грунте внутри ЛПО объемная деформация и среднее напряжение меньше, чем снаружи ЛПО. Откуда

можно заключить, что за счет морозного пучение увеличение толщины ЛПО приводит к сжатию незамороженного грунта, заключенного внутри ЛПО, вследствие чего объемная деформация и среднее эффективное напряжение в этой области уменьшаются.

В соответствии с соотношением (2.22) сжатие незамороженного грунта и увеличение пористости внутри ЛПО приводят к повышению порового давления. На рисунке 4.12 показано изменение порового давления p со временем замораживания в точке, находящейся внутри контура замораживающих скважин на расстоянии 1.31 м от центра проектного сечения шахтного ствола.

Из графика видно, что в течение первой стадии искусственного замораживания, когда фронт промерзания еще не дошел до замковой плоскости, изменение порового давления незначительно. После 36 дней замораживания, когда сплошное ЛПО только сформировалось, происходит изменение формы кривой и поровое давление начинает быстро повышаться с увеличением времени замораживания.

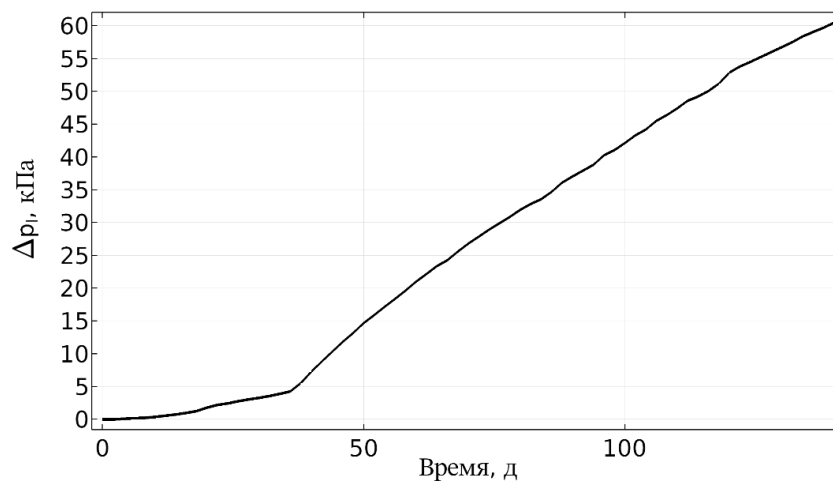


Рисунок 4.12 – Изменение порового давления воды p_l со временем замораживания в слое песка в точке внутри контура замораживающих скважин

Следует отметить, что данная особенность активно используется шахтостроителями для определения момента смыкания ЛПО. Для этого внутри контура бурятся гидронаблюдательные скважины, в которых проводятся

измерения уровня подземных вод. Повышение уровня вод служит сигналом того, что внутри грунтового слоя сформировалось сплошное ЛПО.

На рисунке 4.13 представлено распределение полной объемной деформации ε_{vol} и среднего эффективного напряжения σ'_m в слое алеврита после 70 дней замораживания. Так же, как и в слое песка, в замороженной зоне алеврита наблюдается увеличение объемной деформации и среднего эффективного напряжения. Однако вследствие криогенной миграции влаги процесс искусственного замораживания слоя алеврита сопровождается интенсивным морозным пучением, что вместе с более низкой величиной давления P_{ob} вышележащих пород по сравнению со слоем песка приводит к тому, что в большей части замороженной зоны грунт из состояния сжатия переходит в состояние растяжения.

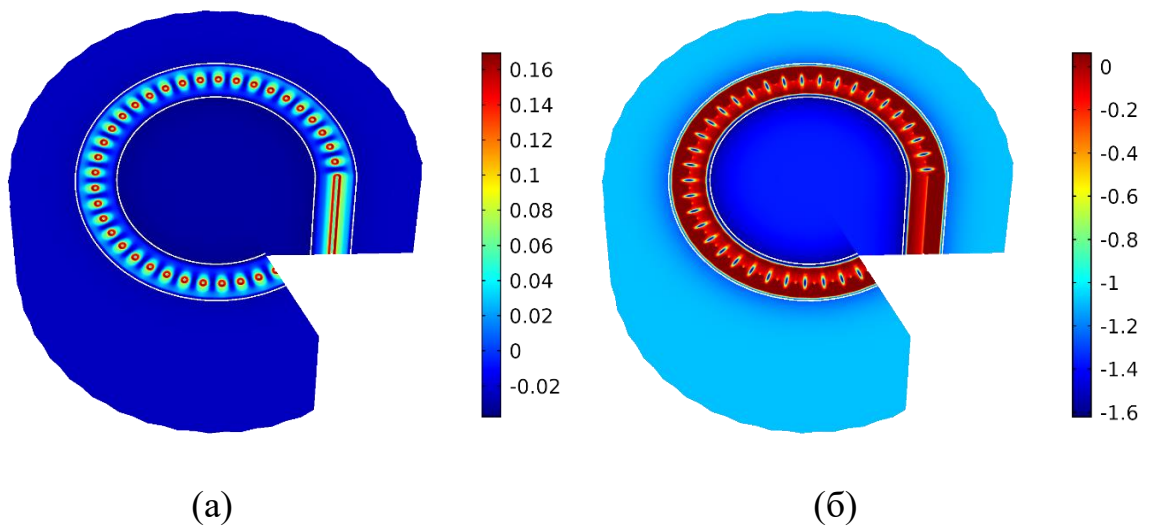


Рисунок 4.13 – Распределение полной объемной деформации ε_{vol} (а) и среднего эффективного напряжения σ'_m [МПа] (б) в слое алеврита после 70 дней замораживания

В тех местах, где напряжение σ'_m удовлетворяет критерию текучести (2.25), в соответствии с ассоциированным законом пластического течения (2.27) возникает пластическая объемная деформация морозного пучения ε_{vol}^{fh} . Из распределения

полной объемной деформации ε_{vol} можно заключить, что наибольший рост пластической деформации происходит возле замораживающей скважины.

Кроме того, в отличие от слоя песка в замороженной зоне слоя алевролита хорошо видна область консолидированного грунта вблизи замковой плоскости, возникшая в ходе первой стадии искусственного замораживания. В данной области, несмотря на объемное расширение при замерзании воды, полная объемная деформация и среднее эффективное напряжение остаются отрицательными и достигают своих минимальных значений.

Еще одним последствием обезвоживания незамороженного грунта является консолидация грунта вблизи границ ЛПО. На рисунке 4.14 показан профиль среднего эффективного напряжения σ'_m вдоль отрезка, проходящего через рассматриваемый участок грунтового слоя по замковой плоскости. Видно, что вблизи границ ЛПО происходит падение среднего эффективного напряжения, означающее дополнительное сжатие незамороженного грунта возле фронта промерзания.

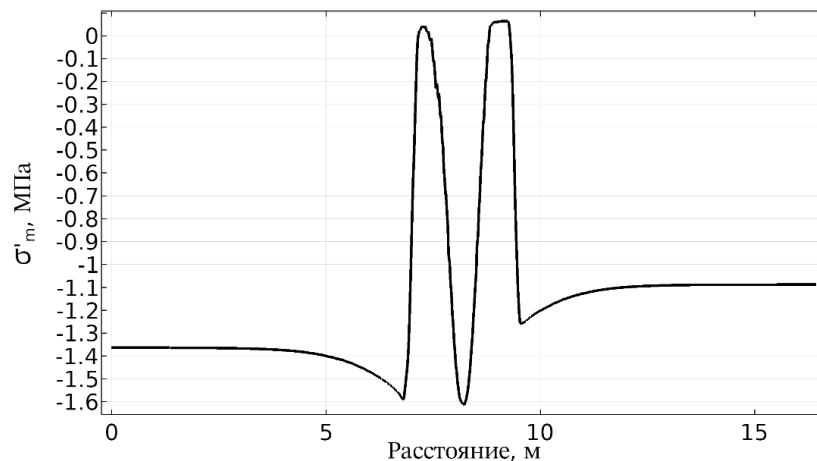


Рисунок 4.14 – Профиль среднего эффективного напряжения σ'_m в слое алевролита после 70 дней замораживания по отрезку, проходящему по замковой плоскости в середине грунтового слоя

Также из представленного профиля заметить, что в незамороженном грунте внутри ЛПО среднее эффективное напряжение достигает меньших значений, чем

в грунте, находящимся снаружи ЛПО. Откуда следует, что ЛПО за счет морозного пучения сжимает незамороженный грунт и величина этого сжатия незамороженного грунта внутри ЛПО выше, чем снаружи.

На рисунке 4.15 показано изменение порового давления воды p_l со временем замораживания в точке, находящейся внутри контура замораживающих скважин на расстоянии 1.31 м от центра проектного сечения шахтного ствола. На первой стадии искусственного замораживания повышение порового давления незначительно, хотя и существенно больше, чем в слое песка. После 38 дней замораживания, когда произошло формирование сплошного ЛПО, наблюдается резкий рост порового давления, вызванный сжатием грунта внутри ЛПО. Спустя 110 дней замораживания рост порового давления замедляется, после чего оно начинает падать, что объясняется влиянием криогенного всасывания.

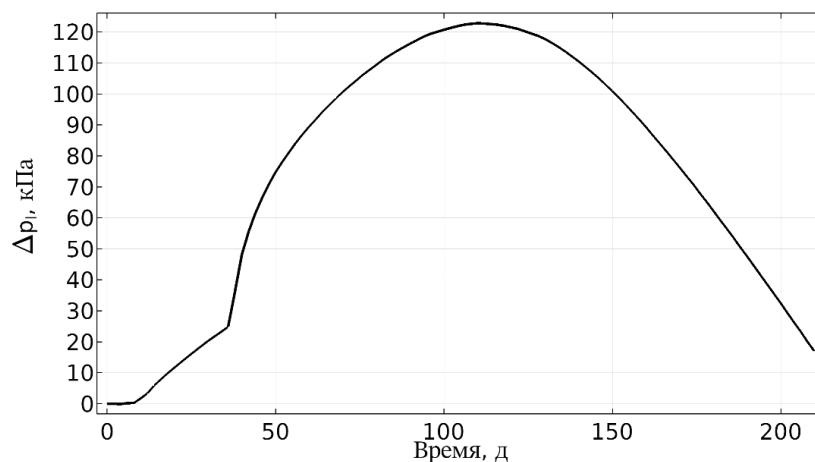


Рисунок 4.15 – Изменение порового давления воды p_l со временем замораживания в слое алеврита в точке внутри контура замораживающих скважин

После смыкания ЛПО интенсивное морозное пучение в слое алеврита приводит к сильному сжатию незамороженного грунта внутри ЛПО вследствие чего происходит резкое повышение порового давления. В тоже время под влиянием криогенного всасывания возникает постоянный отток воды из грунта к внутренней стенке ЛПО. Поскольку грунт внутри сплошного ЛПО изолирован от внешнего притока подземных вод, при истощении запасов воды поровое давление в нем начинает снижаться вместе с уменьшением пористости.

Аналогичное явление наблюдается в эксперименте по одностороннему замораживанию грунта в условиях закрытой системы, когда пористость в незамороженной зоне снижается со временем замораживания [6]. Также следует отметить, что в реальных условиях искусственного замораживания падение порового давления в грунтовых слоях, характеризующихся возникновением криогенных течений, вероятней всего является менее выраженным за счет притока воды из соседних грунтовых слоев.

4.1.5 Оценка бокового давления на внешнюю границу ледопородного ограждения

В предыдущем подпараграфе было показано, что морозное пучение в искусственно замораживаемых грунтовых слоях приводит к объемному расширению грунта в замороженной зоне и оказывает влияние на распределение напряжения во всем слое. При этом миграция влаги к фронту промерзания в слое алеврита способствует развитию морозного пучения и вызывает консолидацию грунта как перед фронтом промерзания, так и в замороженном грунте, находящегося в окрестности замковой плоскости. Поскольку при определении проектной толщины ЛПО в инженерных расчетах влияние морозного пучения зачастую игнорируется, в данном подпараграфе проводится анализ влияния морозного пучения и миграции влаги на распределение напряжения в искусственно замораживаемых грунтовых слоях.

С этой целью выполняется дополнительная серия расчетов:

- расчет искусственного замораживания слоя алеврита без миграции влаги, вызванного криогенным всасыванием, но с учетом морозного пучения за счет начального влагосодержания;
- расчеты искусственного замораживания слоев алеврита и песка без учета морозного пучения.

При этом во всех случаях учитывается изменение механических свойств грунтов при замерзании поровой влаги.

На рисунке 4.16 представлено распределение пористости n в слое алеврита, полученное на 68 день искусственного замораживания в предположении отсутствия криогенного всасывания. В данном случае ЛПО достигло проектной толщины на 68 день, а не на 70 день, поскольку замораживание грунта происходит быстрее вследствие отсутствия конвективного теплового потока к фронту промерзания. Из распределения видно, что в замороженной зоне пористость увеличилась на 9%. Отсюда следует, что морозное пучение в данном случае так же, как и в слое песка, произошло только за счет объемного расширения при замерзании воды, изначально содержащейся в порах.

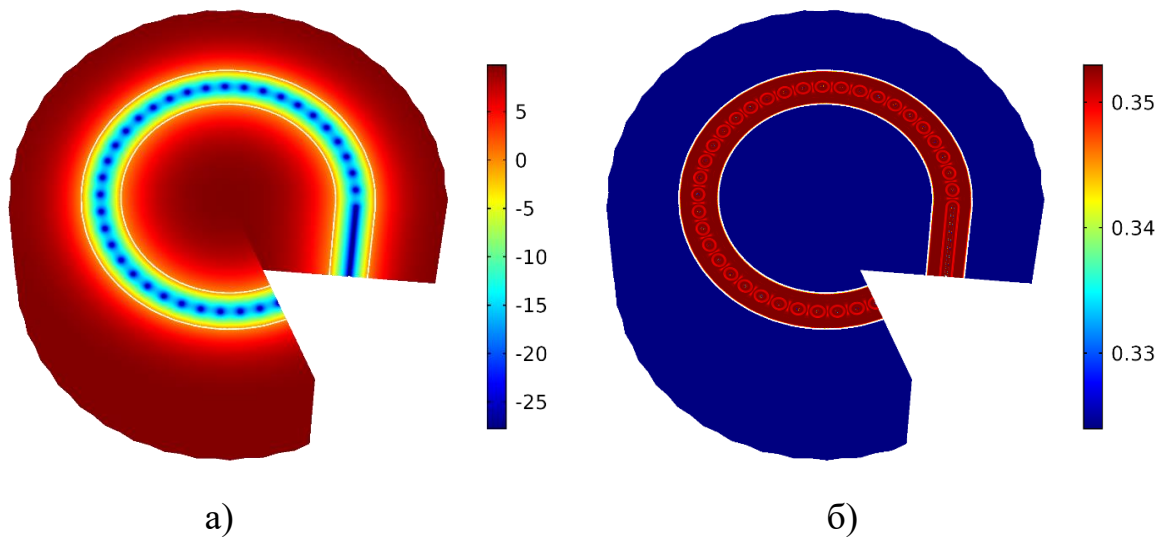


Рисунок 4.16 – Распределение температуры T [°C] (а) и пористости n (б) в слое алеврита, полученные на 68 день искусственного замораживания в слое алеврита без учета криогенной миграции влаги

На рисунке 4.17 приведены профили среднего эффективного напряжения σ'_m на момент достижения ЛПО проектной толщины для слоя алеврита вдоль отрезка, проходящего по расчетной области через ось замораживающей скважины. Представленные профили, получены в результате расчетов искусственного замораживания грунта с учетом морозного пучения и криогенного всасывания; с учетом морозного пучения, но без учета криогенного всасывания; без учета морозного пучения.

На графиках отчетливо видно изменение среднего напряжения при переходе из незамороженной зоны грунта в замороженную. В расчетах с учетом морозного пучения среднее напряжение в замороженной зоне возрастает, тогда как без учета морозного пучения среднее напряжение в замороженном грунте меньше, чем в незамороженном. Это объясняется тем, что морозное пучение способствует объемному расширению грунта, а значит и увеличению среднего напряжения.

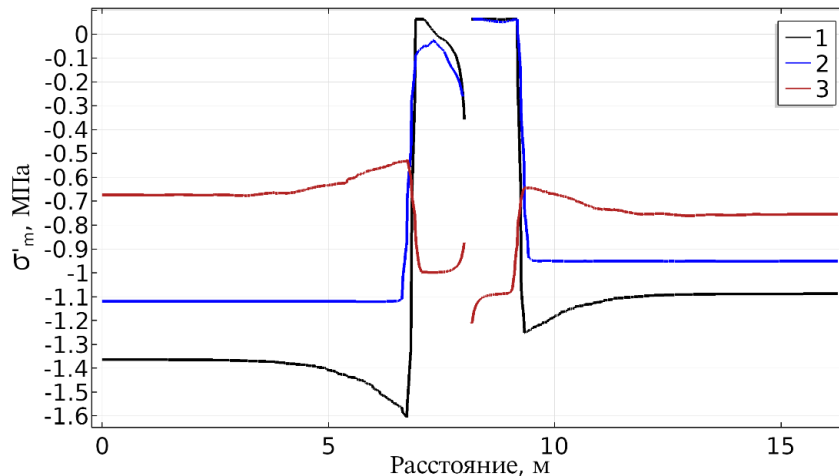


Рисунок 4.17 – Распределение среднего эффективного напряжения σ'_m на момент достижения ЛПО проектной толщины по отрезку в слое алеврита, проходящего по расчетной области через ось замораживающей скважины. Распределения получены в расчетах, проведенных с учетом морозного пучения и криогенного всасывания (кривая 1), с учетом только морозного пучения (кривая 2), без учета морозного пучения (кривая 3)

В расчете без морозного пучения среднее эффективное напряжения в замороженной зоне больше по абсолютной величине, чем в незамороженной зоне, вследствие более высокой жесткости замороженного грунта.

Рассматривая графики на участке, соответствующего незамороженному грунту снаружи ЛПО, можно заключить, что на внешней стороне ЛПО среднее эффективное напряжение принимает наибольшее значение по абсолютной величине в расчете, в котором учитывается морозное пучение и криогенное всасывания. В этом случае абсолютная величина напряжения на внешней стороне

ЛПО является на 24% больше, чем в расчете с отсутствием криогенного всасывания, и на 49% больше, чем в расчете без учета морозного пучения.

На рисунке 4.18 приведены профили эффективного среднего эффективного напряжения σ'_m в слое песка на момент достижения ЛПО проектной толщины вдоль отрезка, проходящего по расчетной области через ось замораживающей скважины. Представленные распределения качественно соответствуют графикам, полученным для слоя алеврита в расчетах с отсутствием криогенного всасывания и без учета морозного пучения. При этом в слое песка среднее эффективное напряжение меньше, чем в слое алеврита вследствие более высокого вертикального давления P_{ob} со стороны вышележащих слоев.

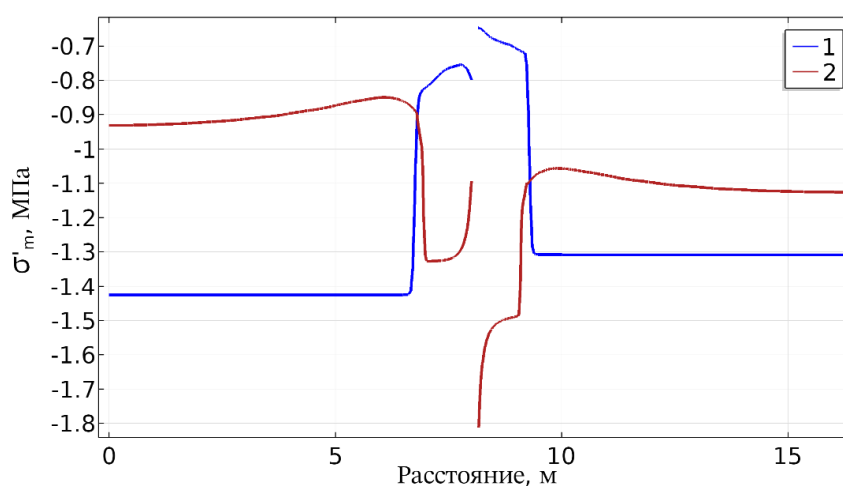


Рисунок 4.18 – Профили среднего эффективного напряжения σ'_m на момент достижения ЛПО проектной толщины по отрезку в слое песка, проходящего по расчетной области через ось замораживающей скважины. Распределения получены в расчетах, проведенных с учетом и без учета морозного пучения (кривые 1 и 2)

Так же, как и в слое алеврита, в слое песка возникновение морозного пучения ведет к объемному расширению грунта в замороженной зоне и сжатию незамороженного грунта. Внутри ЛПО сжатие незамороженного грунта больше, чем с внешней стороны ЛПО. При этом в расчете с морозным пучением

абсолютная величина среднего эффективного напряжения больше на 16% по сравнению с расчетом без учета морозного пучения.

4.2 Анализ порового давления в незамороженном грунте внутри ЛПО

В практике строительства шахтных стволов с искусственным замораживанием породного массива широко используется гидронаблюдательный способ контроля сплошности ЛПО, основанный на анализе уровня подземных вод внутри контура замораживающих скважин. До смыкания ледопородных цилиндров, нарастающих вокруг замораживающих скважин, поровая вода может протекать между ними в окружающий грунтовый массив. После формирования сплошного ЛПО, незамороженный грунт внутри ЛПО становится изолированным от остального грунтового массива, поэтому его сжатие, вызванное ростом толщины ЛПО за счет морозного пучения, приводит к увеличению порового давления и, как следствие, повышению уровня вод в гидронаблюдательных скважинах.

Описанный способ контроля состояния ЛПО использовался так же при строительстве вертикального шахтного ствола на участке Петриковского месторождения. В данном случае для контроля уровня подземных вод внутри кольца замораживающих скважин было пробурено две гидронаблюдательные скважины на расстоянии 3.2 м и 3.5 м от центра проектного сечения шахтного ствола. Забой первой скважины (ГН1) находился в слое глауконито-кварцевого песка на глубине 82 м, забой второй скважины (ГН2) – в слое глинистого кварцевого песка на глубине 200 м, что давало возможность отследить момент смыкания ЛПО на различных глубинах. Схема расположения скважин представлена на рисунке 4.19.

На рисунке 4.20(а) представлены результаты измерений уровня подземных вод, проведенных в гидронаблюдательных скважинах в течение 30 дней. Видно, что повышение уровня подземных вод на глубине 82 м произошло на 17 день наблюдений, тогда как на глубине 200 м уровень подземных вод поднялся только

на 22 день. Отсюда можно предположить, что промерзание грунта на глубине 82 м происходит быстрее, чем на глубине 200 м.

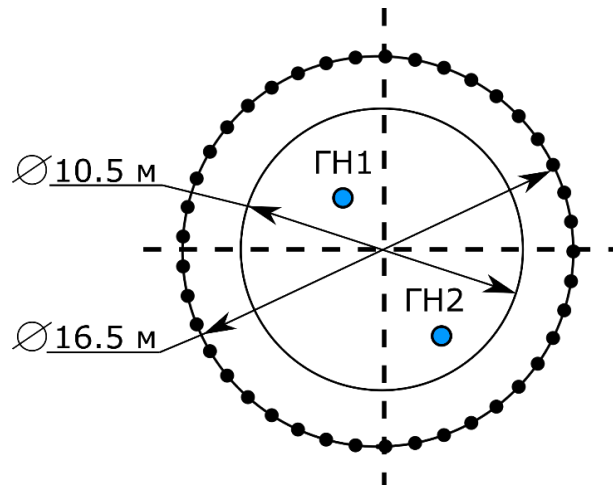


Рисунок 4.19 – Схема расположения гидронаблюдательных скважин ГН1 и ГН2 (синие кружки) внутри контура замораживающих скважин (черные кружки).

Проектный диаметр шахтного ствола 5.25 м.

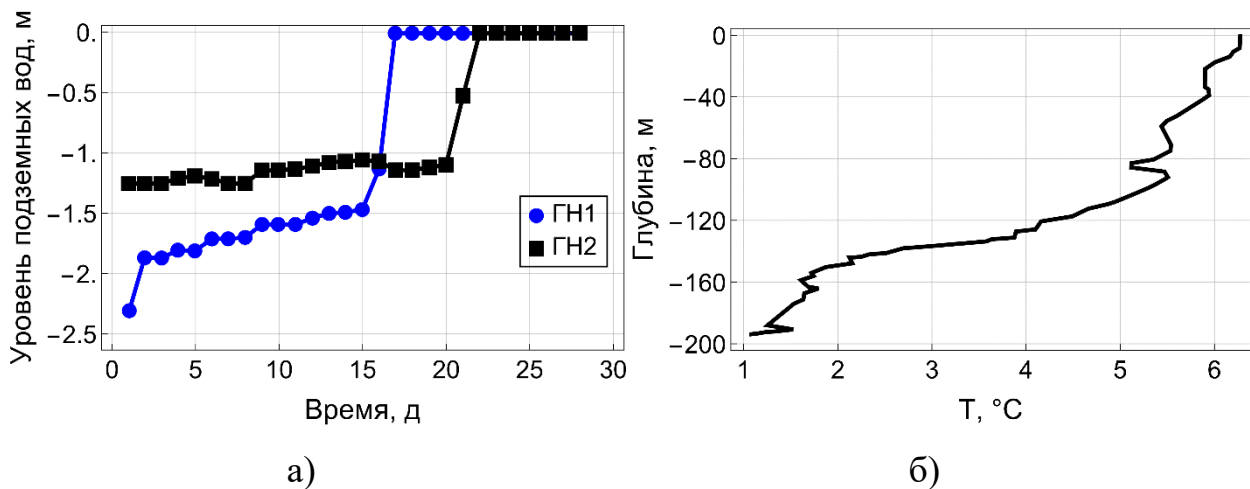


Рисунок 4.20 – (а) Изменение уровня подземных вод со временем в гидронаблюдательных скважинах ГН1 и ГН2. (б) Распределение температуры по глубине гидронаблюдательной скважины ГН2 в первый день измерений

Однако при строительстве шахтного ствола на Петриковском месторождении кроме контроля уровня подземных вод в гидронаблюдательной скважине ГН2 выполнялось также измерение температуры. На рисунке 4.20(б) представлено распределение температуры по высоте скважины на начало измерений уровня

подземных вод. В соответствии с представленным графиком температура на глубине 82 м равна 5.2°C , что выше температуры в 1°C , зафиксированной на глубине 200 м. Откуда следует, что грунт на глубине 82 м промерзает быстрее, чем на глубине 200 м.

Таким образом, данные термометрического контроля состояния ЛПО расходятся с замерами уровня подземных вод, проведенными в гидронаблюдательных скважинах. Для того чтобы определить возможные причины расхождения между показаниями систем контроля состояния ЛПО было проведено численное моделирование искусственного замораживания грунтовых слоев с использованием разработанной термогидромеханической модели.

Для проведения численного моделирования были приняты гипотезы, аналогичные тем, что приведены в параграфе 4.1. На основе результатов, представленных в параграфе 4.1, можно заключить, что формирование ЛПО в отдельном грунтовом слое происходит равномерно по его толщине. Вследствие этого расчет формирования ЛПО проводился в двумерной области, соответствующей горизонтальному сечению грунтового слоя.

Также из исследования эволюции порового давления в незамороженном грунте внутри контура замораживающих скважин, проведенного в предыдущем параграфе, следует, что быстрый рост порового давления начинается после смыкания ледопородных цилиндров, нарастающих вокруг замораживающих скважин. При этом в горизонтальном сечении грунтового слоя границы сплошного ЛПО имеют форму близкую к окружности, а продвижение внутренней границы ЛПО к центру проектного сечения шахтного ствола происходит равномерно по всему контуру замораживающих скважин. По этой причине исследование эволюции порового давления в незамороженном грунте внутри ЛПО выполнялось с момента смыкания ледопородных цилиндров в предположении, что внутренняя граница ЛПО имеет форму окружности.

Материальные параметры исследуемых грунтов приведены в таблицах 4.4 и 4.5. Теплофизические свойства воды и льда соответствовали данным в таблице 3.1. Упругие, теплофизические и фильтрационные свойства были заданы по

результатам лабораторных испытаний, проведенных в Институте недропользования НАН Беларуси. Недостающие параметры определялись путем последовательной серии расчетов.

Таблица 4.4 – Материальные параметры грунта, залегающего на глубине 82 м

$n_0,$ [м ³ /м ³]	$\rho_s,$ [кг/м ³]	$\lambda_s,$ [Вт/(м·К)]	$c_s,$ [Дж/(кг·К)]	$k_0,$ [м/с]	$\alpha,$ [1]	$\beta,$ [1]	$\alpha_T,$ [1/К]
0.66	4059	5.0	709	$5.3 \cdot 10^{-11}$	-2.5	-3	$5.3 \cdot 10^{-6}$
$K_{un},$ [ГПа]	$G_{un},$ [ГПа]	$N_{un},$ [МПа]	$b_{un},$ [1]	$K_{fr},$ [ГПа]	$G_{fr},$ [ГПа]	$N_{fr},$ [МПа]	$b_{fr},$ [1]
5.5	4.6	467	0.96	63.7	69.2	205	0.94

Таблица 4.5 – Материальные параметры грунта, залегающего на глубине 200 м

$n_0,$ [м ³ /м ³]	$\rho_s,$ [кг/м ³]	$\lambda_s,$ [Вт/(м·К)]	$c_s,$ [Дж/(кг·К)]	$k_0,$ [м/с]	$\alpha,$ [1]	$\beta,$ [1]	$\alpha_T,$ [1/К]
0.24	2323	1.6	762	$1.6 \cdot 10^{-10}$	-1.8	-2.8	$4.8 \cdot 10^{-6}$
$K_{un},$ [ГПа]	$G_{un},$ [ГПа]	$N_{un},$ [ГПа]	$b_{un},$ [1]	$K_{fr},$ [ГПа]	$G_{fr},$ [ГПа]	$N_{fr},$ [МПа]	$b_{fr},$ [1]
3.5	2.8	2.12	0.92	43.0	16.0	75	0.90

В соответствии со сделанными предположениями расчетная область представляла собой круг радиусом 8.25 м. На границе расчетной области задавались постоянная температура замораживания T_{fr} и пористость n_b . Перемещение грунта на границе было ограничено. Температура замораживания, рассчитывалась в предположении, что температура хладоносителя, циркулирующего в замораживающих скважинах, линейно повышается с глубиной, поэтому на глубине 200 м $T_{fr} = -27^\circ\text{C}$, а на глубине 82 м $T_{fr} = -24^\circ\text{C}$. Величина пористости n_b равна $1.09n_0$, где n_0 – начальная пористость грунта. В слое песка, залегающего на глубине 82 м, начальная температура $T_0 = 5.2^\circ\text{C}$ и начальное поровое давление $p_0 = 0.8$ МПа, а в слое песка, залегающего на глубине

200 м – $T_0 = 1.0$ °С, $p_0 = 1.98$ МПа. Начальная температура грунта T_0 определялась, исходя из распределения температуры по глубине гидронаблюдательной скважины ГН2, представленного на рисунке 4.20(б).

На рисунке 4.21 показаны распределения температуры T и порового давления p по расчетной области для обоих грунтовых слоев. Распределения получены на 17 и 22 день расчета, когда произошло повышение уровня подземных вод в гидронаблюдательных скважинах ГН1 и ГН2 (рисунок 4.20).

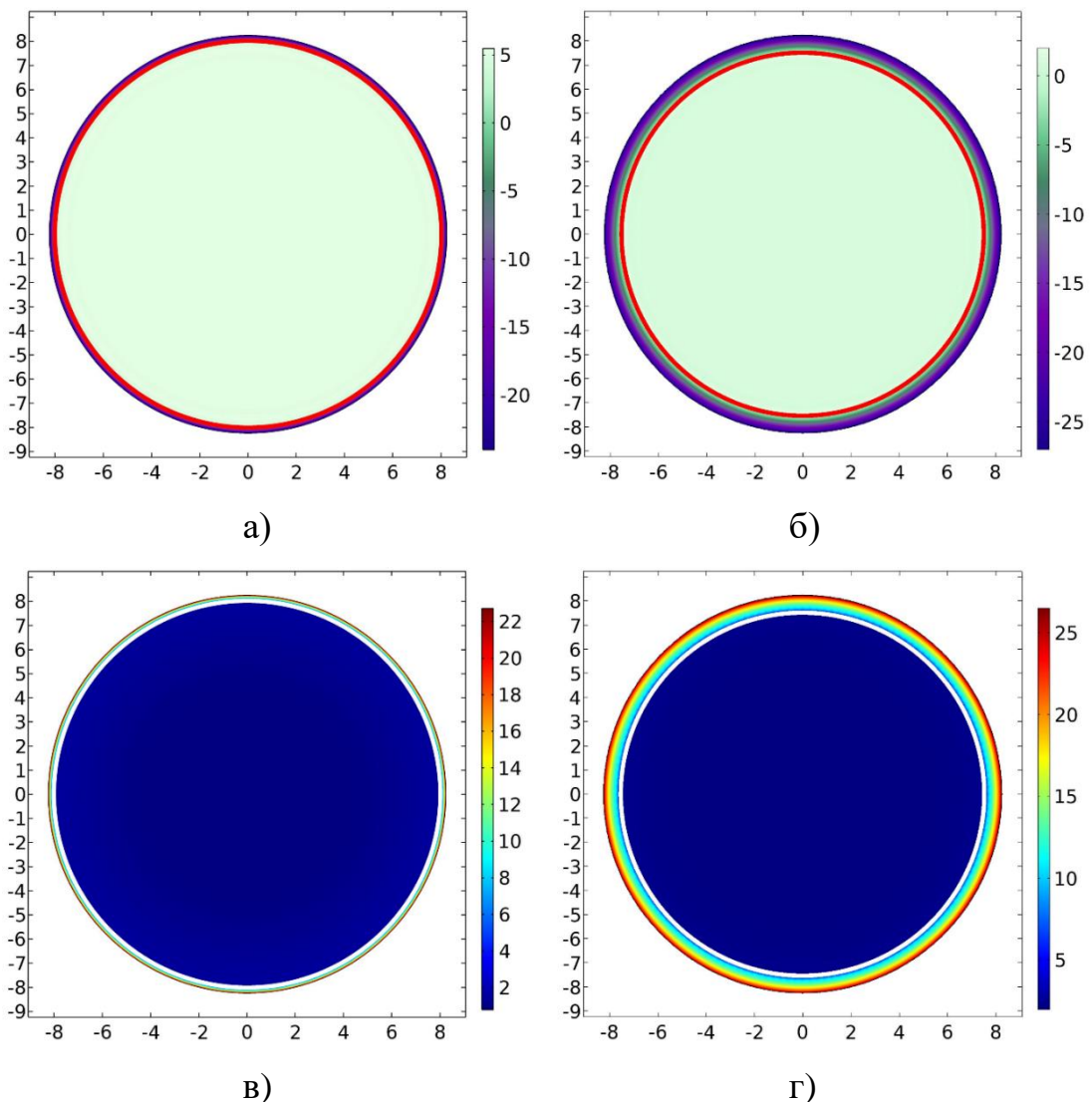


Рисунок 4.21 – Распределение температуры T [°С] (а,б) и порового давления p [МПа] (в,б) в грунтовых слоях на глубине 82 м (а,в) и на глубине 200 м (б,г) (красная и белая линии соответствуют фронту промерзания $T = T_{ph}$)

Из представленных распределений видно, что толщина ЛПО во втором случае больше, чем в первом, что согласуется с данными термометрии, в соответствии с которыми на глубине 200 м температура ниже, чем на глубине 82 м. Следствием этого является большая площадь замороженной зоны, характеризующаяся повышением порового давления, а поэтому и большая величина воздействия на незамороженный грунт внутри ЛПО.

На рисунке 4.22 представлены графики изменения порового давления, отнесенного к максимальной величине, со временем в точках расчетной области, соответствующих положению гидронаблюдательных скважин. Качественный вид графиков, полученных в численном моделировании, аналогичен экспериментальным данным. Отличие результатов моделирования от экспериментальных данных на промежутке от 15 до 19 дня может быть объяснено погрешностями в измерениях уровня подземных вод, что привело к осцилляции порового давления и его падению на данном промежутке, в то время как модель предсказывает монотонный рост.

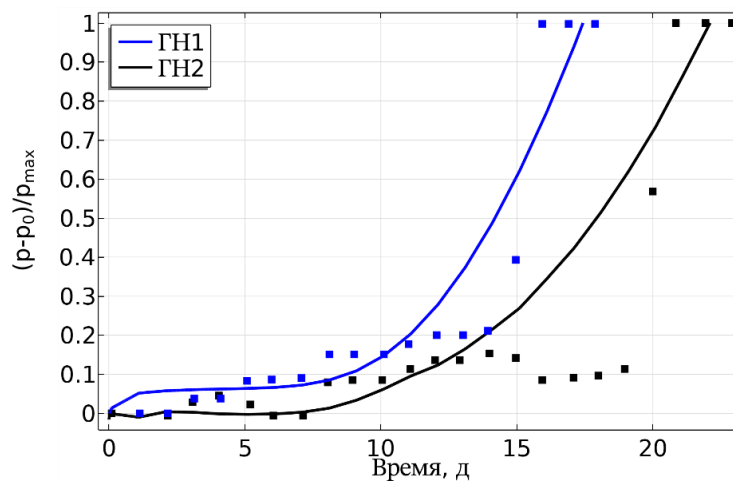


Рисунок 4.22 – Изменение нормированной величины порового давления со временем в гидронаблюдательных скважинах ГН1 и ГН2, полученное в результате полевых измерений (точки) и путем численного моделирования (кривые)

Несмотря на то, что на глубине 200 м вследствие большей площади замороженной зоны воздействие на незамороженный грунт внутри ЛПО выше, чем на глубине 82 м, поровое давление достигает максимального значения только на 22 день наблюдений, тогда как на глубине 82 м – на 17 день. Данная задержка может быть связана как с различием материальных свойств рассматриваемых грунтов, так и режимов замораживания.

Для того чтобы определить возможные причины задержки повышения уровня подземных вод в скважине ГН2 было проведено исследование влияние основных параметров модели на изменение порового давления со временем в точке, соответствующей положению скважины ГН2.

На рисунке 4.23 представлен результат исследования влияния на величину порового давления параметров α и β , определяющих в соотношениях (2.2) и (2.5) скорость увеличения льдонасыщенности S_i и уменьшения коэффициента влагопроводности k в зависимости от отрицательной температуры. Видно, что возрастание величины α способствует повышению порового давления, в то время как повышение величины β – к его уменьшению. Это связано с тем, что в случае более высокой величины α с понижением температуры большее количество воды переходит в лед, как следствие, морозное пучение грунта развивается более интенсивно. При малой величине β происходит более плавное уменьшение проницаемости грунта с падением температуры, что способствует повышению притока влаги к замороженной зоне под влиянием криогенного всасывания. В результате этого морозное пучение в замороженной зоне развивается более интенсивно, что приводит к возрастанию воздействия на незамороженный грунт. Однако величина параметра β в грунте на глубине 82 м больше, чем в грунте на глубине 200 м, поэтому более высокое поровое давление на глубине 82 м может быть достигнуто только за счет большей величины параметра α .

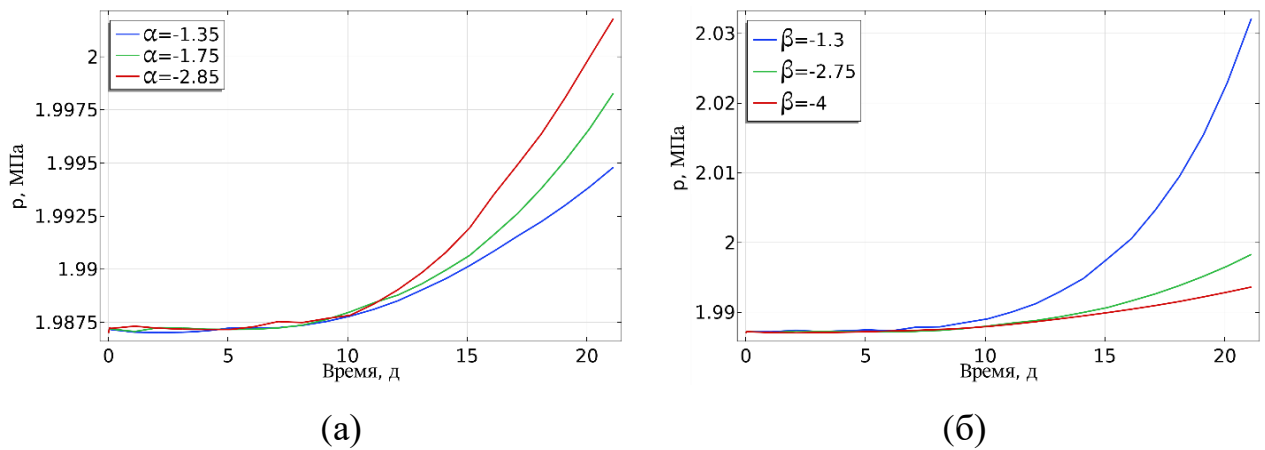


Рисунок 4.23 – Влияние параметров α (а) и β (б) на изменение порового давления p со временем

Кроме параметра β соотношение (2.5) для коэффициента влагопроводности k промерзающего грунта также включает в себя параметр k_0 , связанный с влагопроводностью грунта в незамороженном состоянии. Влияние параметра k_0 на эволюцию порового давления показано на рисунке 4.24(а). Можно заключить, что большие значения k_0 способствуют более быстрому повышению порового давления со временем замораживания. При этом грунтах с низкой проницаемостью, наоборот, поровое давление повышается более медленно с ростом толщины ЛПО.

Причина этого аналогична влиянию на эволюцию порового давления коэффициента β . При высоких значениях k_0 повышается миграция влаги к фронту промерзания. Как следствие, большее количество воды при замерзании переходит в лед, что приводит к повышению сжимающей нагрузки на незамороженный грунт внутри ЛПО и к более значительному увеличению в нем порового давления.

Несмотря на то, что в грунте на глубине 200 м величина k_0 выше, чем в грунте на глубине 82 м, это не привело к значительному повышению порового давления в скважине ГН2 (рисунки 4.22 и 4.24(а)).

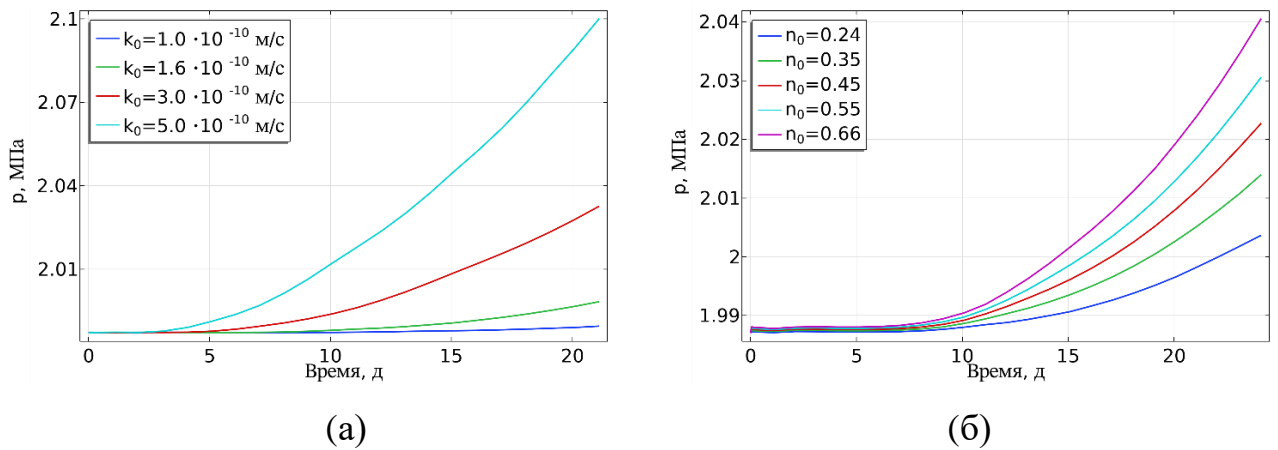


Рисунок 4.24 – Влияние коэффициента влагопроводности незамороженного грунта k_0 (а) и начальной пористости n_0 (б) на изменение порового давления p со временем

На рисунке 4.24(б) показано влияние начальной пористости n_0 на изменение порового давления со временем. Видно, что высокие значения начальной пористости способствуют более быстрому росту порового давления со временем замораживания. Высокая начальная пористость означает, что в грунте содержится большое количество воды, поэтому при его замораживании происходит интенсивное морозное пучение, что приводит к повышению сжатия грунта внутри ЛПО.

Следует отметить, что в грунте на глубине 82 м пористость выше, чем в грунте на глубине 200 м, поэтому более быстрое повышение порового давления в скважине ГН1 может быть обусловлено более высоким содержанием воды.

Также в соответствии с соотношением (2.22) величина порового давления в незамороженном грунте прямо пропорциональна касательному модулю Био N_{un} , поэтому увеличение данного параметра приводит к росту порового давления. На рисунке 4.25(а) показано, как с увеличением N_{un} растет поровое давление в точке расположения гидронаблюдательной скважины. Однако, параметр N_{un} грунта на глубине 82 м меньше, чем в грунте на глубине 200 м.

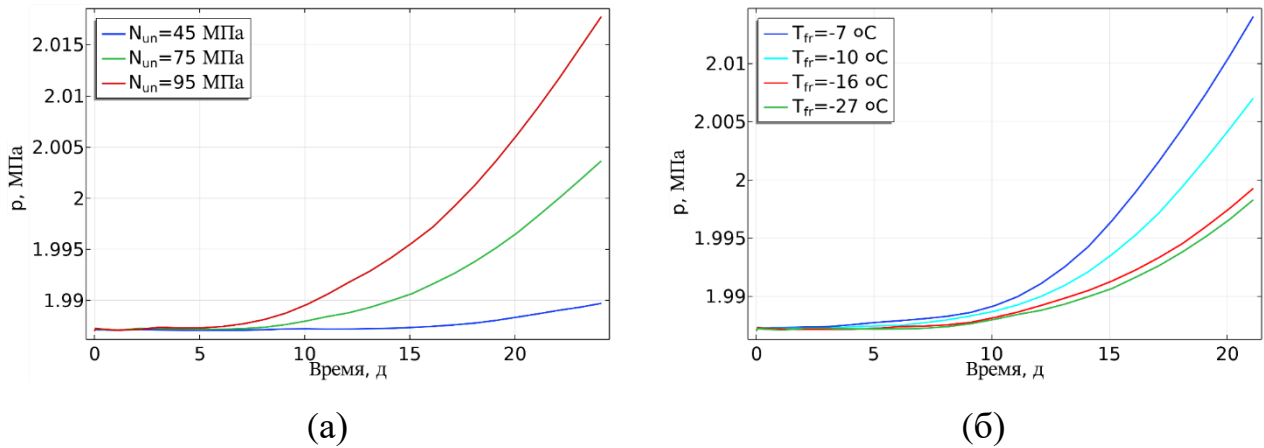


Рисунок 4.25 – Влияние касательного модуля Био N_{un} (а) и температуры замораживания T_{fr} на изменение порового давления p со временем

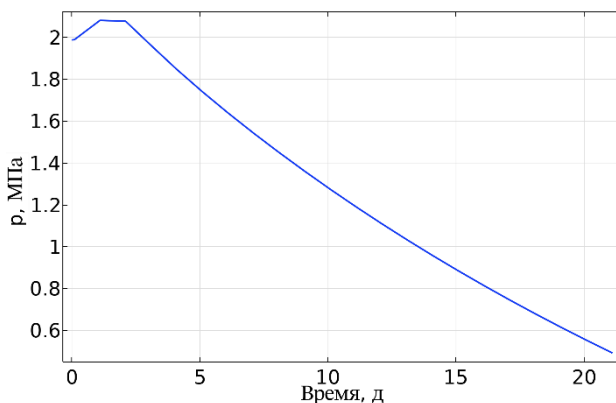
На рисунке 4.25(б) представлены результаты численного моделирования влияния температуры замораживания T_{fr} на изменение порового давления со временем. Известно, что при проведении искусственного замораживания распределение температуры хладоносителя по глубине замораживающей скважины неоднородно – с уменьшением глубины его температура повышается. В соответствии с полученными результатами значительное различие между величиной порового давления может возникнуть только при разнице температур замораживания больше 10 °C.

Однако, отличие в температурах замораживания на глубинах 82 м и 200 м составляет 3 °C, вследствие чего данное различие не могло привести к наблюдаемому расхождению в полевых измерений порового давления.

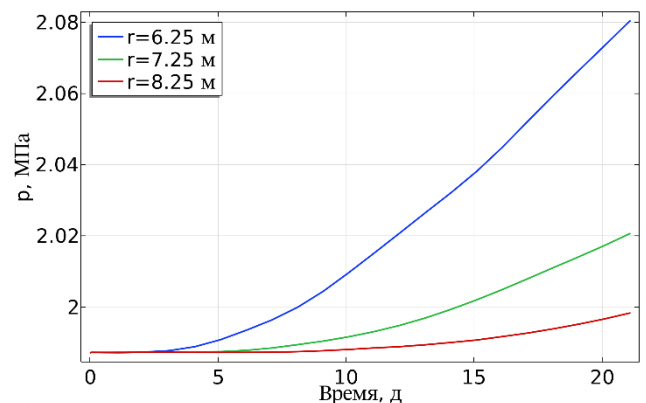
На основе проведенного исследования можно заключить, что повышение порового давления в незамороженном грунте внутри ЛПО зависит от воздействия на него замороженного грунта за счет морозного пучения. Воздействие замороженного грунта на незамороженный постепенно увеличивается по мере продвижения внутренней границы ЛПО к центру проектного сечения шахтного ствола, поэтому повышение порового давления происходит через некоторый промежуток времени после смыкания ЛПО, который в зависимости от свойств грунта может быть довольно значительным.

Криогенная миграция влаги способствует развитию морозного пучения, что так же приводит к увеличению воздействия на незамороженный грунт внутри ЛПО и повышению в нем порового давления. Вместе с тем отток влаги из незамороженного грунта может приводить к падению порового давления. Результаты численного моделирования, проведенного с параметрами $N_{un} = 200$ МПа, $k_0 = 1.5 \cdot 10^{-9}$ м/с и $\beta = -2.53$, показывают, что при возникновении в грунте криогенного всасывания большой интенсивности происходит падение порового давления внутри ЛПО с увеличением его толщины, о чем свидетельствует график, приведенный на рисунке 4.26(а).

Кроме материальных параметров грунта на величину порового давления внутри ЛПО влияет радиус r контура расположения замораживающих скважин. На рисунке 4.26(б) продемонстрировано изменение порового давления со временем для различных радиусов r . Видно, что с увеличением радиуса рост порового давления внутри ЛПО становится менее выраженным. В реальных условиях замораживающие скважины отклоняются от вертикального направления с глубиной, поэтому данная технологическая особенность также может привести к задержке повышения порового давления после смыкания ЛПО.



(а)



(б)

Рисунок 4.26 – (а) Изменение порового давления p со временем в случае интенсивного криогенного всасывания. (б) Влияние радиуса r контура расположения замораживающих скважин на поровое давление p

4.3 Выводы по главе

В данной главе разработанная термогидромеханическая модель промерзания влагонасыщенного грунта применена для исследования искусственного замораживания грунтовых слоев, залегающих на участке проведения вертикального шахтного ствола на Петриковском месторождении калийных солей.

Трехмерное численное моделирование искусственного замораживания проведено для слоев алевролита и песка, залегающих в диапазоне глубин 50-58 м и 65-85 м.

Для проведения численного моделирования теплофизические и механические свойства грунтов были заданы на основе результатов серии лабораторных испытаний кернового материала с Петриковского месторождения, проведенных в Институте природопользования НАН Беларуси. Недостающие параметры модели определялись путем численного моделирования стандартизованных экспериментов по измерению степени пучинистости (ГОСТ 28622-90).

Результаты трехмерного численного моделирования искусственного замораживания грунтовых слоев позволяют заключить, что в слое алевролита ЛПО формируется медленнее, чем в слое песка, вследствие его большего влагосодержания, меньшей теплопроводности и конвективным теплопереносом, вызванным криогенной миграцией влаги.

В слое песка морозное пучение происходит только за счет объемного расширения при замерзании воды, изначально содержащейся в порах. В этом слое формируется однородное распределение пористости по толщине ЛПО, а увеличение пористости в замороженной зоне составляет 9%. Вместе с увеличением пористости в замороженной зоне песка происходит рост величины объемной деформации и среднего эффективного напряжения. Объемное расширение грунта при льдообразовании вызывает сжатие незамороженного грунта внутри ЛПО. Как результат, после смыкания ЛПО происходит рост

порового давления воды при движении внутренней границы ЛПО к центру проектного сечения шахтного ствола.

Морозное пучение в слое алеврита развивается более интенсивно вследствие миграции влаги к фронту промерзания под влиянием криогенного всасывания. Формируемое распределение пористости по толщине ЛПО существенно неоднородное. Наибольший рост пористости наблюдается вблизи границы замораживающей скважины составляет 21%.

Одним из последствий криогенных течений в слое алеврита является консолидация грунта в области, примыкающей к замковой плоскости. Отток влаги к границам соседних ледопородных цилиндров приводит к тому, что в указанной области величина пористости грунта после смыкания ЛПО остается меньше на 17%, чем вблизи замораживающей скважины. Также по причине обезвоживания происходит уменьшение пористости промерзающего грунта вблизи границ ЛПО.

Интенсивное морозное пучение алеврита приводит к переходу грунта из состояния сжатия в состояние растяжения в большей части замороженной зоны и возникновению пластической объемной деформации. Возле границ ЛПО и в области с пониженной пористостью возле замковой плоскости, наоборот, наблюдается повышенное сжатие грунта. Так же, как и в слое песка, после смыкания ЛПО в незамороженном алеврите внутри ЛПО возникает быстрый рост порового давления, который затем сменяется его падением вследствие оттока воды к внутренней границе ЛПО под влиянием криогенного всасывания.

На основе результатов проведенного численного моделирования был проведен анализ влияния морозного пучения и криогенного всасывания на распределения напряжения в искусственно замораживаемых породных слоях. Полученные результаты позволяют заключить, что при учете морозного пучения абсолютная величина среднего эффективного напряжения в замороженной зоне меньше, чем в незамороженном грунте. При не учете морозного пучения величина напряжения больше в замороженном грунте, вследствие его более высокой жесткости. В незамороженном грунте, примыкающем к внешней границе

ЛПО, абсолютная величина среднего эффективного напряжения больше в расчетах с учетом морозного пучения за счет механического воздействия со стороны замороженной зоны. При возникновении криогенного всасывания абсолютная величина напряжения в незамороженном повышается вследствие дополнительного сжатия грунта, вызванного оттоком влаги.

Во втором параграфе главы на основе двумерного численного моделирования искусственного замораживания слоев песка, залегающих на глубинах 82 м и 200 м, выполнен анализ данных гидронаблюдательного контроля состояния ЛПО.

Показано, что модель позволяет описывать полевые измерения уровня подземных вод, проведенных в гидронаблюдательных скважинах. Путем вариации температуры замораживания, радиуса расположения замораживающих скважин и материальных параметров, установлено, что рост порового давления с увеличением толщины ЛПО зависит от интенсивности морозного пучения и криогенных течений. При этом в случае возникновения интенсивных криогенных течений поровое давление может уменьшаться с ростом толщины ЛПО.

Таким образом, на основании проведенного анализа можно заключить, что измерение уровня подземных вод не может являться надежным способом определения сплошности ЛПО, поэтому оно должно использоваться вместе с термометрическим мониторингом.

Глава 5. Численное моделирование деформирования стенки шахтной выработки в искусственно замороженных грунтовых слоях

В ходе строительства шахтного ствола ЛПО выполняет функцию временной крепи, воспринимая на себя давление окружающих незамороженных горных пород и подземных вод. Наиболее ответственный этап работы ЛПО заключен в промежутке от начала выемки горной породы до установки тубинговой крепи. На протяжении этого времени несущей способности ЛПО должно быть достаточно, чтобы выдержать внешнюю нагрузку и, тем самым, обеспечить безопасность ведения проходческих работ.

В соответствии с существующими инженерными нормами минимальная толщина ЛПО определяется по критериям предельного напряженного состояния и предельно допустимой деформации [7]. Первый вариант расчета заключается в определении такой толщины, при которой не будет достигнут предел прочности мерзлого грунта, что гарантирует отсутствие трещин в ограждении и сохранении его сплошности под действием нагрузки. Однако в силу реологических свойств замороженных грунтов стенка ЛПО под длительным воздействием внешнего давления может претерпевать значительные перемещения, сохраняя при этом свою целостность. Возникновение больших деформации в ЛПО может грозить разрывом замораживающих колонок или обрушением стенки выработки, поэтому в дополнение к первому варианту расчета определяется толщина ЛПО, при которой перемещение стенки не превысит максимального допустимого значения, устанавливаемого из технологических соображений.

Для проектирования толщины ЛПО в соответствии с указанными критериями в инженерной практике используются аналитические формулы, предложенные Зарецким Ю.К. и Вяловым С.С. [7]. Однако напряженно-деформированное состояние замороженных грунтов описывается нелинейными определяющими соотношениями, поэтому при выводе формул был сделан ряд предположений, позволяющих получить аналитическое решение уравнения

равновесия. В связи с развитием вычислительной техники появилась возможность численного решения задачи определения напряженно-деформированного состояния ЛПО.

В первом параграфе настоящей главы представлены результаты применения механической части разработанной термогидромеханической модели к исследованию деформирования стенки шахтной выработки, пройденной под защитой ЛПО в грунтовых слоях алевролита и песка, залегающих на Петриковском месторождении калийных солей. Расчеты проводятся для конкретных технологических параметров, принятых при проведении шахтного ствола на руднике Петриковского ГОК, с учетом изменения природного напряженно-деформированного состояния грунтовых слоев, вызванного их искусственным замораживанием. Для оценки вклада криогенных процессов в деформирование стенки выработки дополнительно выполняется серия расчетов напряженно-деформированного состояния грунтовых слоев без учета влияния этих процессов.

Во втором параграфе настоящей главы представлены результаты сравнения оценок проектной толщины ЛПО, полученных по критериям предельно допустимой деформации и предельного напряженного состояния путем численного моделирования деформирования стенки шахтной выработки и по формулам Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. [7]. На основе результатов численного моделирования проводится анализ предположений, сделанных при выводе аналитических формул. Предлагаются модификации аналитических формул, позволяющие получить оценки толщины ЛПО, согласованные с результатами численного моделирования. Выполняется комплексное сравнение оценок проектной толщины ЛПО, полученных по модифицированным формулам, с оценками, рассчитанными по формулам Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С.

Результаты численного моделирования деформирования стенки шахтной выработки представлены в работах [178,186,190–192].

5.1 Оценка перемещения внутренней стенки ЛПО в грунтовых слоях алеврита и песка с учетом влияния криогенных процессов

В параграфе 4.1 было показано, что возникновение криогенных процессов, таких как морозное пучение и криогенное всасывание, при искусственном замораживании грунтовых слоев приводит к повышению абсолютной величины среднего эффективного напряжения в незамороженной зоне. Для того чтобы оценить влияние повышения напряжения в незамороженном грунте на деформирование ЛПО при выполнении проходческих работ в данном параграфе проводится численное моделирование напряженно-деформированного состояния искусственно замороженных грунтовых слоев алеврита и песка с пройденной в них выработкой. Численное моделирование выполняется для следующих случаев:

- расчет напряженно-деформированного состояния замороженного слоя алеврита с пройденной в нем выработкой с учетом влияния морозного пучения и криогенного всасывания;

- расчет напряженно-деформированного состояния замороженного слоя алеврита с пройденной в нем выработкой в отсутствии криогенного всасывания, но с учетом влияния морозного пучения;

- расчет напряженно-деформированного состояния замороженного слоя алеврита с пройденной в нем выработкой без учета влияния морозного пучения.

- расчет напряженно-деформированного состояния искусственно замороженного слоя песка с пройденной в нем выработкой с учетом влияния морозного пучения.

- расчет напряженно-деформированного состояния искусственно замороженного слоя песка с пройденной в нем выработкой без учета влияния морозного пучения

Численное моделирование проводится с использованием механической части разработанной модели вместе с определяющим соотношением для вычисления вязкоупругой деформации.

5.1.1 Геометрия расчетной области и схема граничных условий

Проведение шахтных стволов под защитой ЛПО осуществляется последовательно, небольшими заходками с последующим укреплением внутренней стенки выработки тюбинговой крепью. Вследствие этого деформирование внутренней стенки ЛПО происходит на небольшом участке, заключенным между нижним торцом крепи и дном выработки.

Геометрия расчетной области и схема граничных условий, учитывающие данные технологические условия, показаны на рисунке 5.1. Представленная расчетная область имеет такую же геометрию и размеры, что и область, рассмотренная в численном моделировании искусственного замораживания грунтовых слоев (рисунок 4.1(б)), но с исключением из нее объема, соответствующего извлеченному грунту в результате проходческих работ.

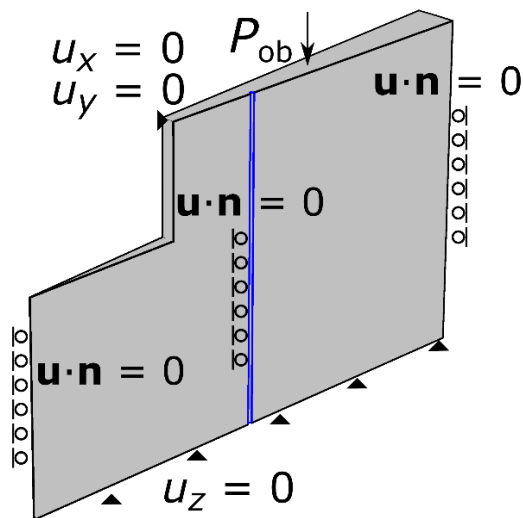


Рисунок 5.1 – Расчетная схема и схема граничных условий для численного моделирования деформирования искусственно замороженного грунтового слоя

Размеры выработки задаются согласно проекту строительства шахтного ствола на руднике Петриковского ГОК. Радиус выработки равен 5.25 м, высота заходки – 5 м.

Расчеты в каждом грунтовом слое проводятся для двух толщин ЛПО. В первом случае рассматривается проектная толщина ЛПО. Во втором берется

толщина ЛПО на момент достижения его внутренней границей проектного сечения шахтного ствола радиусом 5.25 м.

Граничные условия так же соответствуют условиям, наложенным при численном моделировании искусственного замораживания грунтовых слоев (рисунок 4.1(б)). На границе замораживающей скважины, внешней границе и внутреннем ребре расчетной области перемещение разрешено только в вертикальном направлении. На боковых границах задано условие симметрии. Нижняя граница области закреплена по перемещениям в вертикальном направлении. На верхнюю границу области действует вертикальное давление P_{ob} со стороны вышележащих пород. Дно выработки свободно от нагрузки. Боковая стенка выработки также свободна от нагрузки и закреплена сверху по перемещению в горизонтальном направлении, что задает влияние крепи.

Гидростатическое давление p_0 и давление вышележащих слоев P_{ob} для грунтовых слоев алевролита и песка представлены в таблице 4.1. Распределение механических свойств задается в соответствии с распределением температуры T , определенного при численном моделировании искусственного замораживания. В расчетах с учетом влияния морозного пучения и криогенного всасывания задаются начальные распределения напряжений и порового давления, полученные при численном моделировании искусственного замораживания. Начальные распределения напряжений и порового давления задаются во всей расчетной области за исключением незамороженного грунта ниже дна заходки, поскольку предполагается, что он разгрузился в ходе ведения проходческих работ.

Численное моделирование деформирования ЛПО проводилось для 24 часов, в течение которых в соответствии с проектом выполняется установка горной крепи.

5.1.2 Идентификация реологических свойств алевроита и песка в замороженном состоянии

Для идентификации параметров в определяющем соотношении (2.34) для расчета вязкоупругой деформации, связанной с ползучестью грунтов в замороженном состоянии, было выполнено численное моделирование механических испытаний по длительному одноосному нагружению цилиндрических образцов (ГОСТ 12248-96), проведенных в Институте природопользования НАН Беларуси при исследовании кернового материала, отобранного на участке Петриковского месторождения.

Условия проведения испытаний соответствовали условиям, изложенным в параграфе 3.4 главы 3. Диаметр образцов составлял 5 см, высота – 8 см. Механические испытания проводились с соблюдением ГОСТ 12248-96. Нагрузка прикладывалась к верхнему торцу образцов в течение 24 часов. Температура грунта в ходе испытаний поддерживалась постоянной на уровне $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Параметры для описания кривых ползучести замороженного алевроита и песка приведены в таблице 5.1. Приведенные параметры были идентифицированы путем последовательной серии расчетов, исходя из условия согласования рассчитанных зависимостей изменения вертикальной деформации ε_z образцов со временем с экспериментальными данными для уровней нагружения $P_{ob} = 1.13\text{ МПа}$ и $P_{ob} = 2.26\text{ МПа}$. Полученные в результате расчетов зависимости и экспериментальные данные, представлены на рисунке 5.2. Видно, что результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Для обоих грунтов отклонение рассчитанной величины деформации ε_z от измеренной не превышает 4%.

Таблица 5.1 – Параметры для расчета ползучести замороженного алевроита и песка

Грунт	ζ , [МПа]	ω , [1]	m , [1]
Алеврит	17.1	0.100	0.341
Песок	15.6	0.085	0.305

Представленные на рисунке 5.2 графики изменения вертикальной деформации ε_z образцов со временем, соответствуют случаю затухающей ползучести замороженного грунта. Быстрый рост деформации в начале нагружения свидетельствует о возникновении стадии неустановившейся ползучести. По истечении непродолжительного времени скорость увеличения деформации замедляется и стадия неустановившейся ползучести сменяется стадией установившейся ползучести, характеризующейся почти постоянной скоростью увеличения деформации.

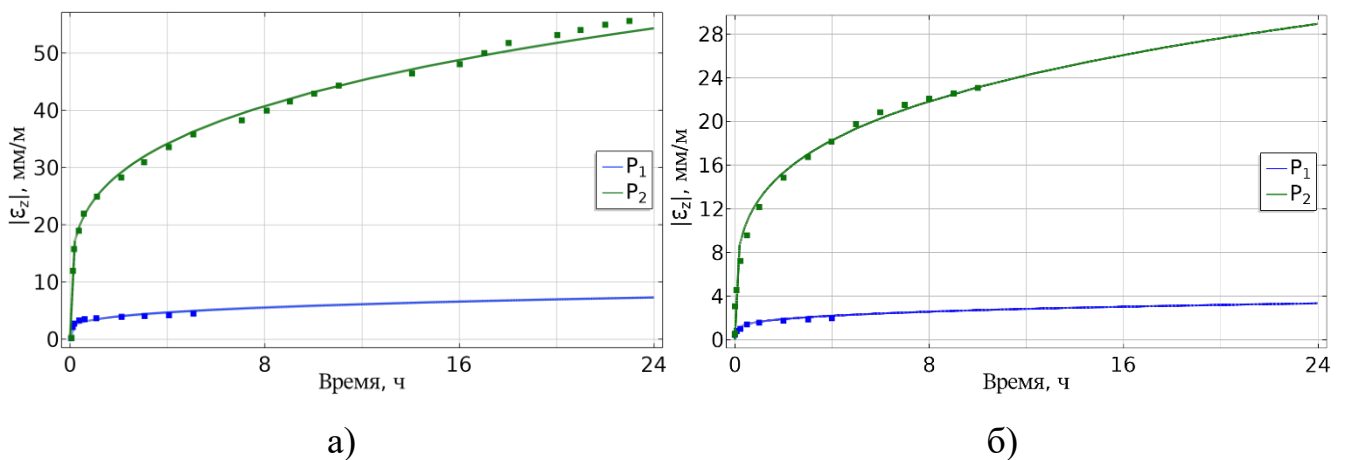


Рисунок 5.2 – Изменение осевой деформации ε_z замороженных образцов алеурита (а) и песка (б) со временем, зарегистрированное при испытании (маркеры) и полученные в расчете (кривые), при нагрузках $P_1 = 1.13$ МПа, $P_2 = 2.26$ МПа

При одинаковых уровнях нагружения в образце из замороженного алеурита достигается большая величина вертикальной деформации, чем в образце из замороженного песка. Откуда можно заключить, что для замороженного алеурита характерно более выраженное реологическое течение под нагрузкой по сравнению с замороженным песком.

5.1.3 Результаты численного моделирования деформирования искусственно замороженных грунтовых слоев с выработкой

Рассмотрим результаты численного моделирования деформирования ЛПО в искусственно замороженных грунтовых слоях алеврита и песка.

На рисунке 5.3 представлено распределение радиального перемещения u_r в искусственно замороженном слое алеврита с выработкой после его деформирования в течение 24 часов. Распределения представлены для расчетов, проведенных с учетом влияния возникших при искусственном замораживании грунта морозного пучения и криогенного всасывания, с учетом влияния только морозного пучения и без учета влияния морозного пучения. Толщина ЛПО равна 1.9 см, что соответствует проектному значению, и 4.83 м, при которой его внутренняя граница достигает проектного сечения шахтного ствола.

На основе представленных распределений можно заключить, что во всех случаях под влиянием нагрузки грунт смещается внутрь выработки, а дно выработки поднимается вверх. Максимальная величина радиального перемещения достигается на стенке выработки.

В случае проектной толщины ЛПО в расчете с учетом влияния морозного пучения и криогенного всасывания максимальная величина перемещения u_r составляет 7.4 см. В расчете без учета влияния криогенного всасывания, но с учетом морозного пучения, максимальная величина перемещения u_r равна 6.2 см, а в расчете без учета морозного пучения максимальная величина перемещения u_r – 5.0 см.

Таким образом, неучет криогенного всасывания и морозного пучения ведет к заниженной на 32% оценке радиального перемещения стенки выработки. Это согласуется с результатами анализа распределения напряжения в искусственно замороженном слое алеврита, проведенном в подпараграфе 4.1.5, где было установлено, что в расчете с учетом морозного пучения и криогенного всасывания, возникающих при формировании ЛПО, в незамороженном грунте

вблизи границ ЛПО достигается наибольшее по абсолютной величине среднее эффективное напряжение.

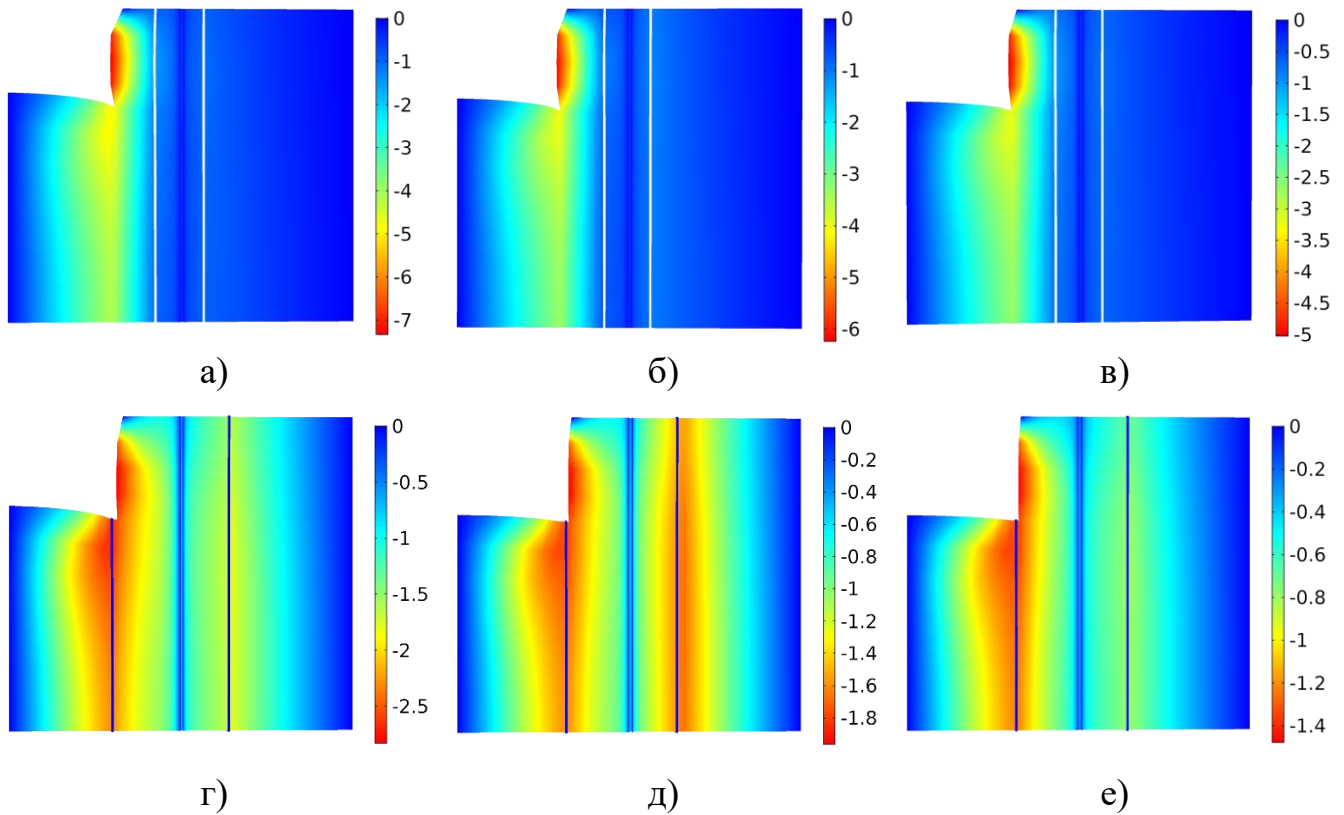


Рисунок 5.3 – Распределения радиального перемещения u_r [см] в слое алеурита с проектной толщиной ЛПО (а,б,в) и замороженного до шахтного ствола (г,д,е), полученные в расчетах с учетом морозного пучения и криогенного всасывания (а,г), с учетом только морозного пучения (б,д), без учета морозного пучения (в,е) (белые и синие линии соответствуют границам ЛПО, масштабный коэффициент для перемещения равен 11)

В случае достижения внутренней границей ЛПО сечения шахтного ствола наибольшее смещение грунта так же, как и в случае проектной толщины ЛПО, получено в расчете, проведенного с учетом криогенного всасывания и морозного пучения. Однако абсолютная величина максимальных радиальных перемещений в данном случае значительно меньше. При учете криогенного всасывания и морозного пучения максимальная абсолютная величина перемещения u_r равна 2.8 см, что на 62% меньше, чем в случае проектной толщины ЛПО. В расчетах,

проведенных с учетом и без учета влияния морозного пучения, максимальная абсолютная величина перемещения u_r составляет 1.9 и 1.5 см. В данном случае неучет криогенных процессов приводит к занижению оценки радиального перемещения на 47%.

На рисунке 5.4 представлены профили радиального перемещения u_r вдоль отрезка, проходящего по замковой плоскости на высоте 2.5 м от дна выработки. Наиболее выраженное смещение грунта внутрь выработки наблюдается в случае учета влияния криогенного всасывания и морозного пучения. Максимум абсолютной величины перемещения достигается на стенке выработки.

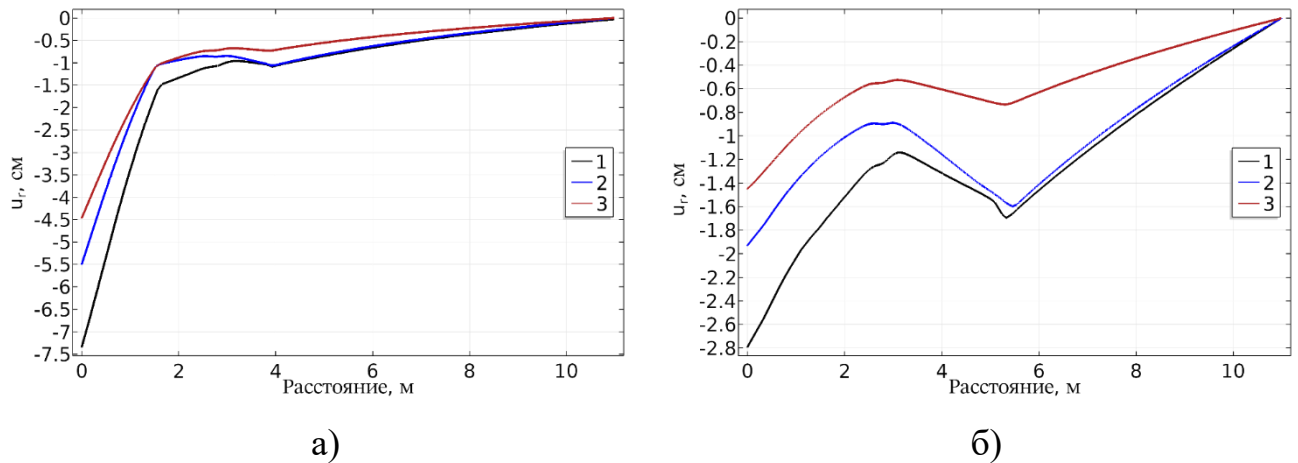


Рисунок 5.4 – Профили радиального перемещения u_r , в слое алеврита с проектной толщиной ЛПО (а) и замороженного до шахтного ствола (б), полученные в расчетах с учетом морозного пучения и криогенного всасывания (кривая 1), с учетом только морозного пучения (кривая 2), без учета морозного пучения (кривая 3)

В незамороженном грунте абсолютная величина радиального перемещения увеличивается почти линейным образом по мере приближения к внешней границе ЛПО, которое сдерживает боковое давление со стороны окружающей массы грунта и противодействует вывалу незамороженного грунта внутрь выработки. Внешняя часть ЛПО, заключенная между контуром расположения замораживающих скважин и внешней границей ЛПО, сжимается боковым давлением. В этой части ЛПО величина перемещения убывает до минимального

значения, которое достигается вблизи контура расположения замораживающих скважин. Вследствие перераспределения нагрузки по толщине ЛПО внутренняя часть ЛПО, заключенная между выработкой и контуром, смещается внутрь выработки.

На рисунке 5.5 представлено распределение радиального перемещения u_r в искусственно замороженном слое песка с выработкой после его деформирования в течение 24 часов при толщине ЛПО, равной проектному значению 2.0 м и 5.0 м, которая достигается при промерзании грунта до шахтного ствола. Распределения получены в расчетах, проведенных с учетом и без учета влияния морозного пучения.

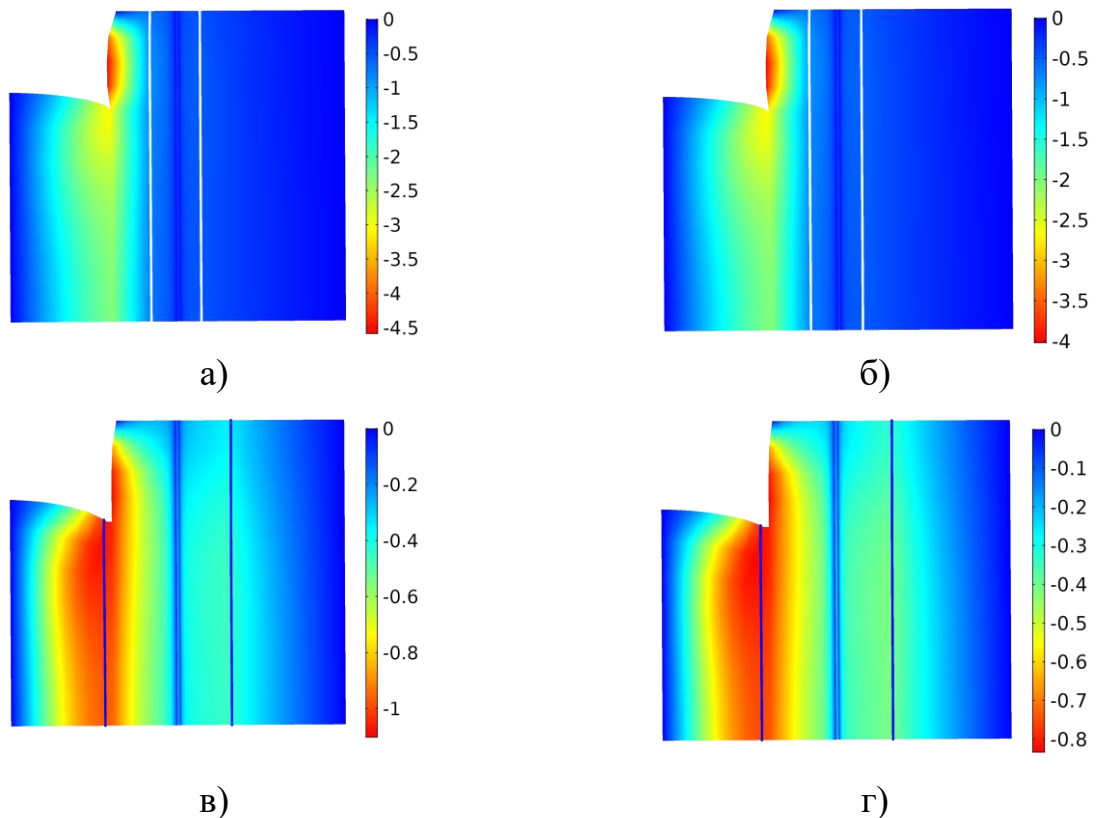


Рисунок 5.5 – Распределения радиального перемещения u_r [см] в слое песка с проектной толщиной ЛПО (а,б) и промороженного до шахтного ствола (в,г), полученные в расчетах с учетом (а,в) и без учета (б,г) морозного пучения (белые и синие линии соответствуют границам ЛПО, масштабный коэффициент для перемещения равен 23)

Представленные распределения радиального перемещения качественно соответствуют распределениям в слое алеврита, показанным на рисунке 5.3. При проектной толщине ЛПО максимальная абсолютная величина перемещения u_r составляет 4.6 см с учетом влияния морозного пучения и 4.0 см без учета этого влияния. При большей толщине ЛПО максимальная абсолютная величина перемещения u_r уменьшается до 1.1 см и 0.8 см.

Таким образом, несмотря на большую величину вертикальной нагрузки P_{ob} со стороны вышележащих слоев, стенка выработки в слое песке во всех расчетах деформируется меньше, чем в слое алеврита. Это объясняется более высокой жесткостью песка в незамороженном и замороженном состояниях, а также менее выраженным реологическим течением, по сравнению с алевритом.

Результаты численного моделирования также были использованы для анализа работы ЛПО при выполнении проходческих работ.

На рисунке 5.6 представлены распределения интенсивности напряжения σ'_{eq} и радиальной деформации ε_r в слоях алеврита и песка, полученные в расчетах с учетом влияния криогенных процессов при толщине ЛПО, достигаемой при промерзании грунта до проектного радиуса шахтного ствола.

Интенсивность напряжения σ'_{eq} в замороженной зоне выше, чем в незамороженной, поскольку жесткость грунта в замороженном состоянии больше, чем в незамороженном. Вследствие того, что перемещение в горизонтальном направлении на границе замораживающей скважины запрещено, интенсивность напряжения σ'_{eq} достигает на ней максимального значения. Также повышение интенсивности напряжения σ'_{eq} наблюдается вблизи стенки выработки.

Из распределений радиальной деформации ε_r по грунтовым слоям видно, что ее знак изменяется. В незамороженном грунте снаружи ЛПО и во внутренней части ЛПО, деформация ε_r больше нуля, что означает растяжение грунта в этих областях. В тоже время во внешней части ЛПО, деформация ε_r меньше нуля, поэтому здесь замороженный грунт сжимается.

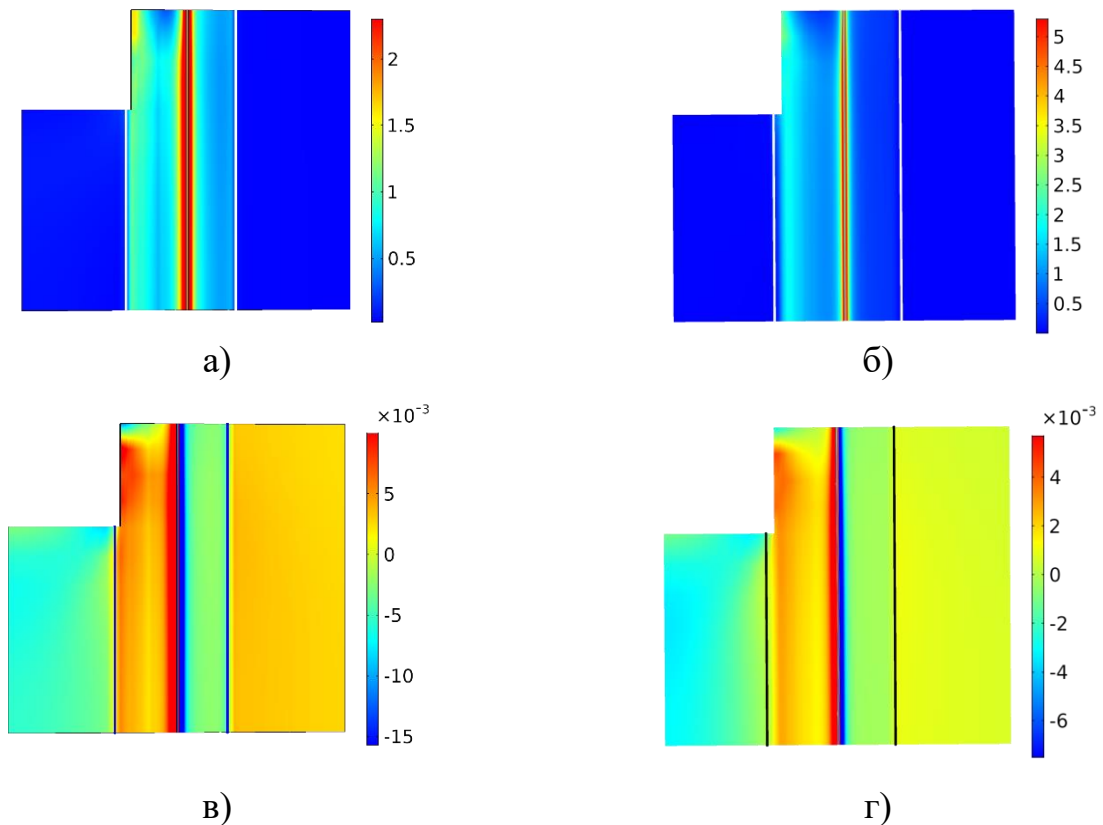


Рисунок 5.6 – Распределения интенсивности напряжения σ'_{eq} [МПа] (а,б) и радиальной деформации ε_r (в,г) в слое алеурита (а,в) и песка (б,г) (белые и синие линии соответствуют границам ЛПО)

Изменение знака деформации ε_r по толщине ЛПО означает, что стенка скважины оказывает влияние на механическое поведение замороженного грунта. Опираясь на стенку скважины, замороженный грунт, заключенный между ней и внешней границей ЛПО, воспринимает на себя значительную часть бокового давления со стороны окружающего незамороженного грунта, препятствуя при этом его вывалу внутрь выработки, о чем свидетельствует уменьшение величины радиального перемещения u_r . В свою очередь, замороженный грунт, заключенный между внутренней границей ЛПО и стенкой скважиной, не имеет жесткой опоры кроме зацементирования крепью сверху, поэтому под действием нагрузки происходит его смещение внутрь выработки, характеризующееся увеличением радиального перемещения и сжатием незамороженного грунта, заключенного внутри ЛПО.

5.2 Анализ применимости инженерных формул для расчета толщины ледопородного ограждения по критериям предельного состояния

В настоящее время в инженерной практике обоснование проектной толщины ЛПО проводится с использованием формул Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. [7]. Однако данные формулы были получены на основе аналитических решений задач статического расчета ледопородного цилиндра, полученных относительно некоторых упрощающих предположений. В связи с развитием вычислительной техники появилась возможность решить данные задачи численно в отсутствие дополнительных предположений и определить на основе результатов численного решения оптимальную толщину ЛПО по критериям предельно допустимой деформации и предельного напряженного состояния.

5.2.1 Расчет проектной толщины ледопородного ограждения по критерию предельно допустимой деформации

Для статического расчета неподкрепленного участка ЛПО Зарецким Ю.К. и Вяловым С.С. [7] была предложена расчетная схема, показанная на рисунке 5.7. В данной схеме неподкрепленный участок описывается в виде полого цилиндра из замороженного грунта высотой h . Внешняя боковая поверхность цилиндра находится под действием равномерно распределенного давления P_{lat} со стороны окружающего незамороженного грунта и подземных вод.

Верхний торец цилиндра полностью закреплен, так как предполагается, что тубинговая крепь и собственный вес мерзлого грунта препятствуют его радиальному смещению и искривлению. На нижнем торце цилиндра зафиксированы вертикальные перемещения. Внутренняя поверхность цилиндра свободна от нагрузки.

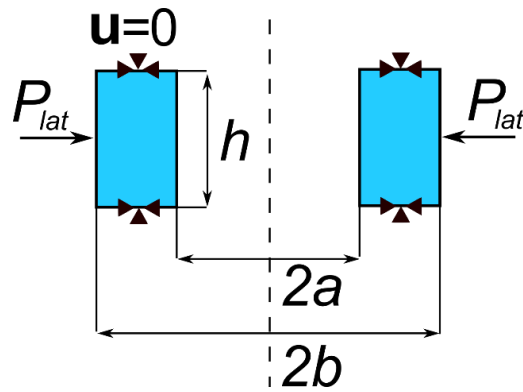


Рисунок 5.7 – Расчетная схема неподкрепленного участка ЛПО, предложенная Зарецким Ю.К. и Вяловым С.С. [7]

В соответствии с предложенной схемой задача статического расчета ЛПО сводится к системе уравнений равновесия полого цилиндра конечной высоты:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} = 0, \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0, \quad (5.2)$$

где (r, θ, z) – цилиндрическая система координат, σ_i – компоненты тензора Коши σ ($i = r, \theta, rz$).

При этом предполагается, что осевое напряжение σ_z является постоянным по высоте цилиндра.

Связь между напряжением и деформацией ползучести задается с использованием определяющего соотношения Вялова С.С. (1.19), которое записывается относительно интенсивностей напряжения σ_{eq} и деформации ε_{eq} в следующем виде:

$$\varepsilon_{eq}^{cr} = \left(\frac{\sigma_{eq}}{A_{cr}(t_{pr})} \right)^{1/m}, \quad (5.3)$$

где $\sigma_{eq} = \sqrt{3J_2}$, J_2 – второй инвариант диватора тензора напряжения σ ,

$\varepsilon_{eq}^{cr} = \sqrt{2/3 \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}^{cr}) : \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}^{cr})}$, $\text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}^{cr})$ – диватор тензора деформации ползучести,

$A_{cr}(t_{pr}) = \xi t_{pr}^{-\omega}$, t_{pr} – проектное время установки крепи, m , ξ , ω – материальные параметры.

В дополнение к этому используются соотношения Генки:

$$\varepsilon_i^{cr} = \zeta(\sigma_i - \text{tr}\boldsymbol{\sigma}), \quad (i = r, \theta, z), \quad (5.4)$$

$$\gamma_{rz}^{cr} = 2\zeta\sigma_{rz}, \quad (5.5)$$

где ε_i^{cr} – осевые компоненты тензора деформации ползучести, γ_{rz}^{cr} – сдвиговая компонента тензора деформации ползучести, ζ – параметр пропорциональности, $\text{tr}\boldsymbol{\sigma}$ – след тензора напряжения.

Для решения задачи (5.1)-(5.2) с определяющими соотношениями (5.3)-(5.5) в [7] был сделан ряд упрощающих предположений. Одно из ключевых предположений касается вида распределения сдвиговой деформации γ_{rz}^{cr} по верхнему торцу ледопородного цилиндра, которое задается как

$$\gamma_{rz} = \frac{a\Delta}{rh}, \quad (5.6)$$

где Δ – максимально допустимое перемещение внутренней стенки, a – внутренний радиус ЛПО.

Данное выражение позволило провести аналитическое решение задачи и получить Зарецкому Ю.К. и Вялову С.С. формулу для оценки толщины ЛПО E по предельно допустимой деформации, пригодную для практического использования в инженерных расчетах [7]:

$$E = a \left[\left(1 + \frac{(1-m)P_{lat}h^{1+m}}{A_{cr}(t_{pr})\Delta^m a} \right)^{\frac{1}{1-m}} - 1 \right], \quad (5.7)$$

В настоящей работе для трех горных пород проводится сравнение оценок толщины ЛПО, полученных по формуле (5.7), с величинами толщины, определенной путем численного моделирования деформирования неподкрепленного участка ЛПО для технологических условий, принятых при строительстве шахтных стволов на руднике Петриковского ГОК.

Численное моделирование выполняется в соответствии с расчетной схемой, представленной на рисунке 5.8. Данная схема представляет собой модификацию постановки задачи статического расчета ЛПО Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С.,

дополненную подстилающим слоем из замороженного и незамороженного грунтов ниже дна заходки.

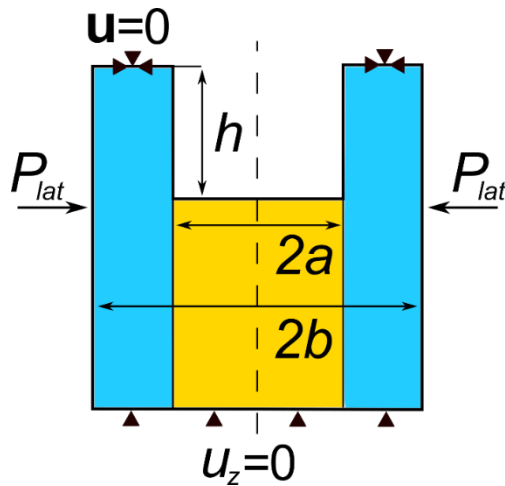


Рисунок 5.8 – Модифицированная схема расчета ЛПО с подстилающим слоем замороженного и незамороженного грунта ниже дна заходки

На неподкрепленном участке ЛПО описывается в виде полого цилиндра из замороженного грунта. Ниже дна заходки полый ледопородный цилиндр заполнен незамороженным грунтом. На боковой поверхности цилиндра задано внешнее давление. Внутренняя поверхность цилиндра свободна от нагрузки. На верхнем торце цилиндра зафиксированы все компоненты вектора перемещения, на нижней поверхности области зафиксированы вертикальные перемещения.

В соответствии с практикой строительства, примененной на руднике Петриковского ГОК, глубина заходки h составляет 5 м при радиусе шахтного ствола a равного 5.25 м. Продолжительность установки крепи t_{pr} не превышает 24 часа. Согласно требованиям безопасности ведения горных работ максимальное перемещение внутренней стенки ЛПО Δ должно быть менее 10 см.

Модифицированная расчетная схема была реализована в программном пакете Comsol Multiphysics®. В силу радиальной симметрии расчетной области, компьютерная реализация задачи выполнялась в осесимметричной постановке.

Для расчета напряженно-деформированного состояния ледопородного цилиндра и заключенного внутри него незамороженного грунта использовалась

механическая модель, представленная во второй главе. В модели уравнение равновесия и закон Гука дополнялись определяющим соотношением Вялова С.С. (5.3) для расчета неупругой деформации. Согласно данному соотношению деформация ползучести стенки ЛПО на конечный момент времени t_{pr} заменяется пластической деформацией. Вследствие этого соотношение (5.3) задавалось в виде поверхности текучести для замороженного грунта со степенным упрочнением, а для вычисления пластической деформации использовался ассоциированный закон пластического течения. В незамороженном грунте внутри ЛПО учитывалась только упругая деформация.

Деформирование ЛПО исследовалось в трех слоях: песке, глине и меле. Механические свойства рассматриваемых горных пород в незамороженном и мерзлом состояниях (при температуре $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$) приведены в таблицах 5.2 и 5.3. Определение параметров A_{cr} и m выполнялось по кривым изменения осевой деформации в течение 24 часов в испытаниях замороженных грунтов на ползучесть, проведенных при различных осевых нагрузках в Институте природопользования НАН Белоруссии.

Таблица 5.2 – Механические параметры незамороженных пород

Порода	K_{un} , [ГПа]	G_{un} , [ГПа]	c_{un} , [кПа]	φ_{un} , [°]
Глина	0.19	0.15	105	25
Песок	0.27	0.12	9.6	30
Мел	0.33	0.11	1	31.5

Таблица 5.3 – Механические параметры замороженных пород при температуре

$$T = -8^{\circ}\text{C}$$

Порода	K_{fr} , [ГПа]	G_{fr} , [ГПа]	A_{cr} , [МПа]	m , [1]
Глина	0.86	0.73	9.367	0.47
Песок	2.76	2.25	6.65	0.30
Мел	1.19	1.09	15.90	0.48

Боковое давление на стенку ЛПО определялось как:

$$P_{lat} = P_r + P_{hydr}, \quad (5.8)$$

$$P_r = \rho_{ob} g h_r \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi - \varphi_{un}}{2} \right) - 2c_{un} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi - \varphi_{un}}{2} \right), \quad (5.9)$$

$$P_{hydr} = \rho_l g h_l, \quad (5.10)$$

где ρ_{ob} – средняя плотность горных пород, h_r – глубина залегания подошвы рассматриваемого слоя породы; c_{un} – коэффициент сцепления незамороженной породы, φ_{un} – угол внутреннего трения незамороженной породы, ρ_l – плотность подземных вод, h_l – естественный напор подземных вод на глубине залегания слоя, g – ускорение свободного падения.

Боковое давление вычислялось для четырех глубин h_r : 100 м, 200 м, 300 м и 500 м. При этом принималось, что средняя плотность пород ρ_{ob} равна $2 \cdot 10^3$ кг/м³, плотность воды $\rho_l = 1 \cdot 10^3$ кг/м³. Естественный напор подземных вод h_l , полагался равным высоте h_r . Гидростатическое давление учитывалось только в слое песка, поскольку слои глины и мела являются водоупорами.

В начале были проведены расчеты деформирования ЛПО с толщиной E , определенной по формуле (5.7). Результаты расчетов показали, что вплоть до глубины 300 м, формула (5.7) дает завышенную оценку толщины ЛПО для всех рассмотренных пород.

На рисунке 5.9 представлены распределения радиального перемещения u_r по расчетной области в слоях песка, глины и мела для глубин 300 и 500 м. Видно, что на глубине 300 и 500 м радиальное перемещение неподкрепленного участка ЛПО, сложенного из замороженного мела, не превышает допустимого значения в 10 см. В тоже время в слое глины на глубине 500 м радиальное перемещение внутренней стенки превышает допустимую величину на 1 см, а в слое песка превышение допустимого перемещения составляет более, чем в 2 раза. Таким образом, для жестких горных пород таких, как мел, характеризующихся большим параметром A_{cr} , формула дает оценку толщины ЛПО с запасом. Для податливых грунтов с малым параметром A_{cr} , как у глины и песка, аналитическая оценка

толщины является заниженной относительно численного моделирования для больших глубин, достигающих 400 – 500 м.

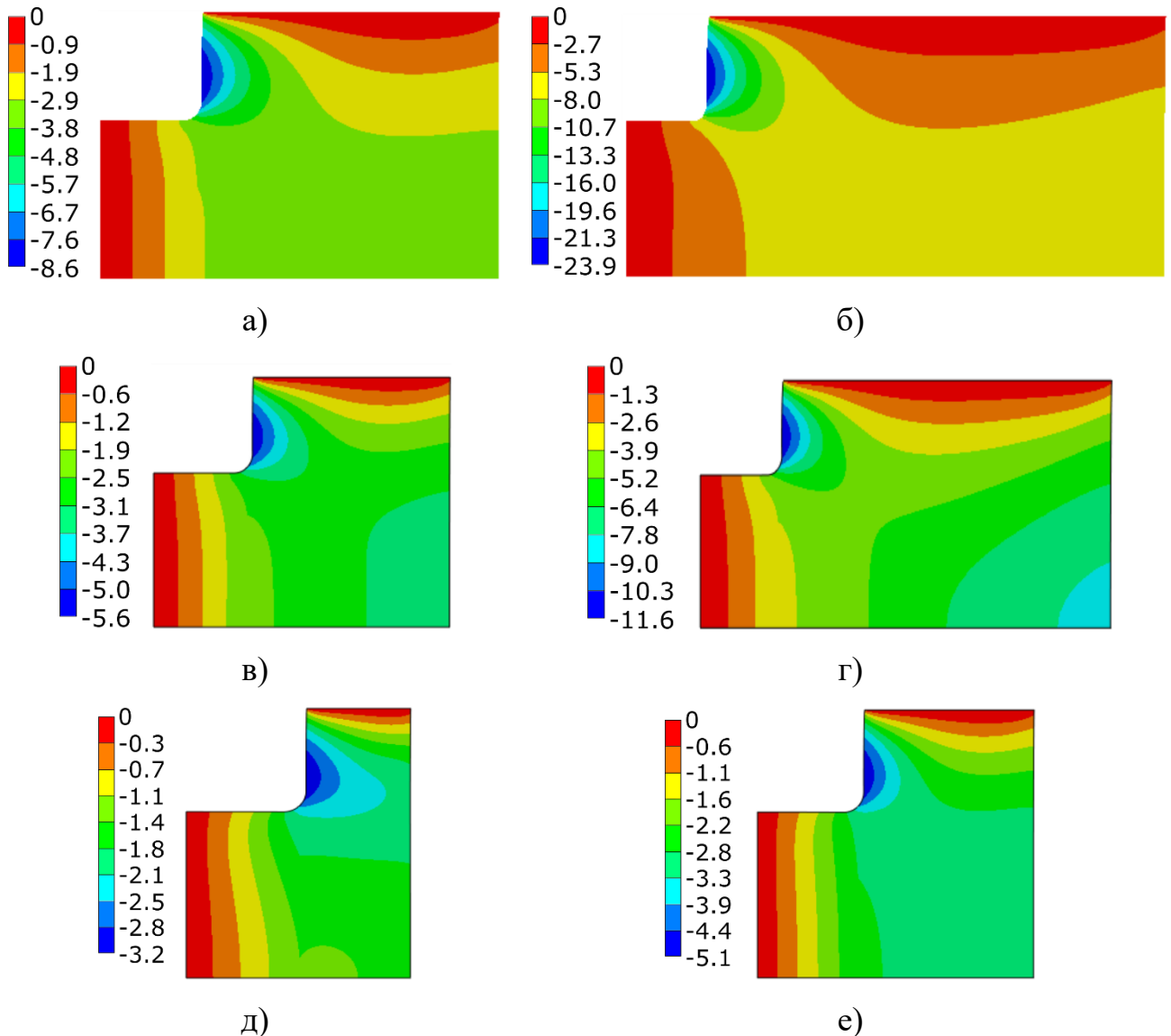


Рисунок 5.9 – Распределение радиального переещения u_r [см] в слое песка (а,б), глины (в,г) и мела (д,е) находящегося на глубине 300 м (а,в,д) и 500 м (б,г,е)

Также результаты проведенного численного моделирования были использованы для проверки корректности предположения о распределении сдвиговой деформации γ_{rz} по верхнему торцу ледопородного цилиндра. На рисунках 5.10 представлены профили деформации γ_{rz} от радиуса, полученные в численном моделировании и по формуле (5.6).

Из анализа графиков, представленных на рисунке 5.10 видно, что для всех рассмотренных горных пород значения сдвиговой деформации, полученные в численном моделировании, существенно отличаются от величин, вычисленных по формуле. Таким образом, результаты численного моделирования позволяют сделать вывод о некорректности зависимости (5.6) для описания сдвиговой деформации на верхнем торце цилиндра.

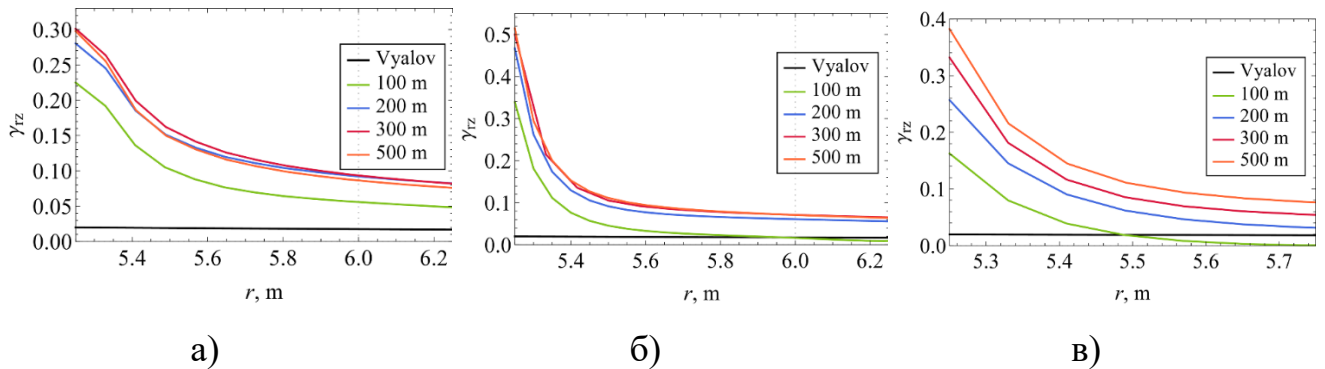


Рисунок 5.10 – Зависимости сдвиговой деформации γ_{rz} от радиальной координаты r , полученные путем численного решения задачи и по формуле (5.6) для:

(а) песка, (б) глины, (в) мела

Кроме этого из рисунка 5.10 видно, что для всех горных пород профили сдвиговой деформации γ_{rz} по верхнему торцу цилиндра, полученные в численном моделировании, с увеличением глубины стремятся к некоторой предельной кривой. Вследствие этого при больших глубинах данная величина не отражает зависимость между радиальным перемещением внутренней стенки ледопородного цилиндра и приложенной внешней нагрузкой.

Проведенный анализ показывает, что формула (5.7) может давать как заниженную, так и завышенную оценку толщины ЛПО относительно результатов численного моделирования. Для согласования формулы (5.7) с результатами численного моделирования была выполнена ее модификация.

На рисунке 5.11 показаны оценки толщины ЛПО по критерию предельно допустимой деформации для глины, песка и мела в зависимости от величины бокового давления P_{lat} , полученные по формуле (5.7) и определенные путем

численного моделирования деформирования неподкрепленного участка ЛПО. Величина бокового давления для каждой горной породы соответствует глубинам h_r от 100 до 500 м.

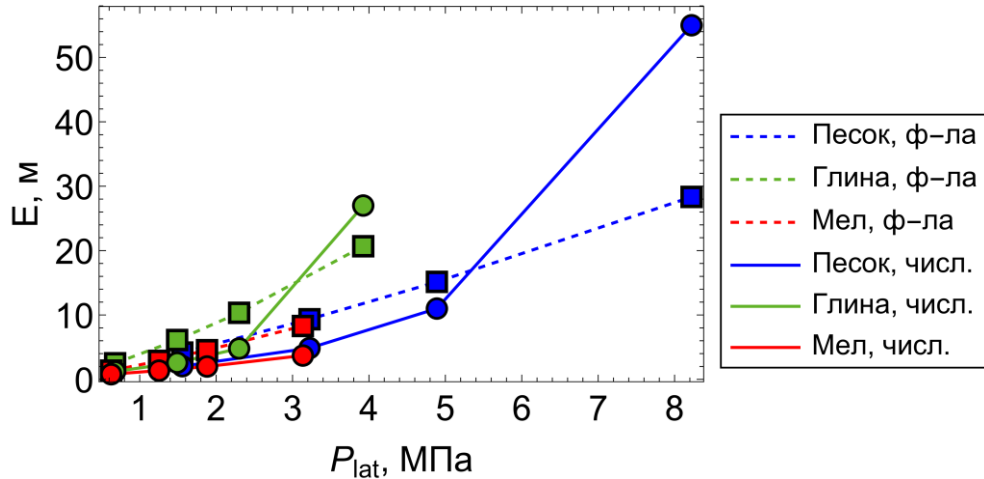


Рисунок 5.11 – Зависимости проектной толщины ледопородного ограждения от величины нагрузки P_{lat} для песка, глины и мела, полученные по формуле (5.7) (пунтирные кривые) и с помощью численного моделирования (сплошные кривые)

На основе полученных графиков, был сделан вывод, что до определенной толщины ЛПО формула (5.7) может скорректирована простым образом для согласования с результатами численного моделирования:

$$E_1 = E / 2, \quad (5.11)$$

где E – толщина ЛПО, вычисленная по формуле (5.7), E_1 – скорректированное значение толщины.

На рисунке 5.12 (а) представлен график, соответствующий формуле (5.11), и оценки толщины ЛПО, полученные численным моделированием. Представленные данные показывают, что независимо от типа горной породы формула (5.11) может быть использована для корректировки формулы (5.7), если оценка толщины ЛПО E по формуле (5.7) не превышает 11 м. Для больших значений E формула (5.11) будет предсказывать заниженную относительно результатов численного моделирования толщину ЛПО.

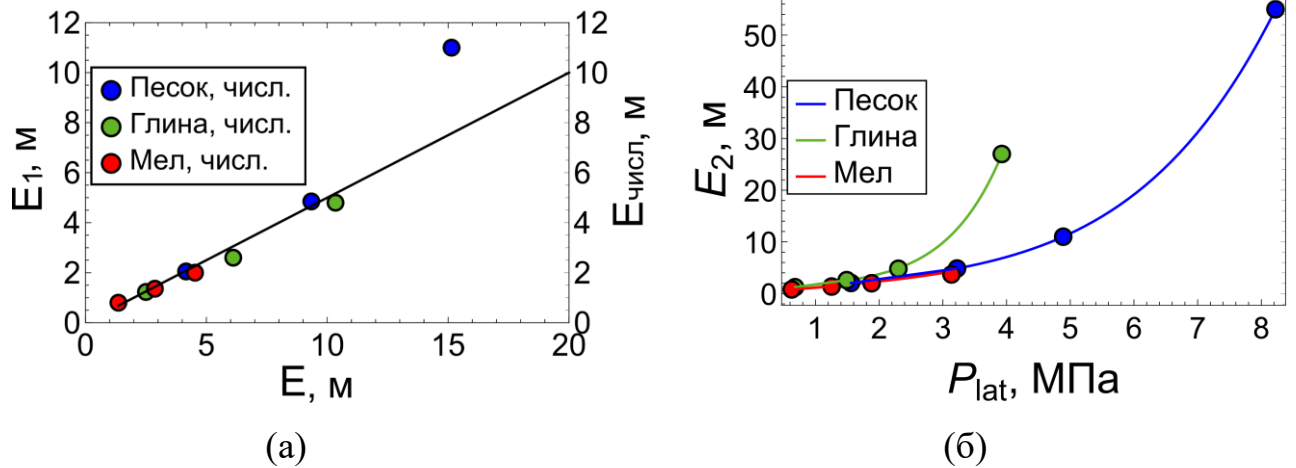


Рисунок 5.12 – (а) Оценка проектной толщины ЛПО E_1 по формуле (5.11) в зависимости от величины E , вычисленной по формуле (5.7) (черная линия) (маркеры – оценка $E_{числ}$, полученная в численном моделировании). (б) Результаты расчета проектной толщины E_2 по формуле (5.12) (сплошные кривые) для песка, глины и мела (маркеры – результаты численного моделирования)

Так как оценка толщины E по формуле (5.7) зависит от величины бокового давления P_{lat} , то из проведенного анализа следует, что скорректированная формула (5.11) справедлива только для определенного диапазона боковых давлений. Для того чтобы аналитически описать значения проектных толщин ЛПО, полученных в численном моделировании, для всего диапазона давлений, соответствующих глубинам от 100 м до 500 м, была выполнена следующая модификация формулы (5.7):

$$E_2 = \frac{1}{2} a \left[\left(1 + g(P_{lat}) \frac{(1-m)P_{lat} h^{1+m}}{A_{cr}(t_{pr}) \Delta^m a} \right)^{\frac{1}{1-m}} - 1 \right], \quad (5.12)$$

где $g = g(P_{lat})$ – квадратичная функция от давления P_{lat} .

Функция g записывается как:

$$g(P_{lat}) = \alpha_1 P_{lat}^2 + \alpha_2 P_{lat} + \alpha_3, \quad (5.13)$$

где коэффициенты α_i ($i = 1, 2, 3$) зависят от рассматриваемой горной породы.

На рисунке 5.12(б) представлен график толщины ЛПО E_2 в зависимости от бокового давления P_{lat} , полученный по формуле (5.12), и оценки толщины ЛПО, определенные численным моделированием для глины, песка и мела. Значения коэффициентов α_i для данных горных пород приведены в таблице 5.4. Видно, что предложенная формула хорошо описывает результаты численного моделирования для всех горных пород во всем диапазоне давлений.

Таблица 5.4 – Значения материальных параметров α_i ($i = 1,2,3$), для формулы (5.12).

Порода	$\alpha_1 \cdot 10^{13}$, [Па ⁻²]	$\alpha_2 \cdot 10^7$, [Па ⁻¹]	α_3 , [1]
Песок	0.512	-2.161	1.199
Глина	1.954	-6.015	1.309
Мел	1.004	-4.746	1.415

5.2.2 Расчет толщины ЛПО по предельному напряженному состоянию

Помимо оценки толщины ЛПО по предельно допустимой деформации, при проектировании искусственного замораживания породного массива также вычисляется толщина ЛПО по критерию предельного напряженного состояния. Для этой цели Зарецким Ю.К. и Вяловым С.С. [7] на основе формулы (5.7) было предложено следующее соотношение:

$$E = \sqrt{3} \frac{P_{lat} h}{\sigma_{ucs}(t_p)}, \quad (5.14)$$

где $\sigma_{ucs}(t_p)$ – длительный предел прочности мерзлого грунта на одноосное сжатие за период времени t_p , необходимого для установки крепи шахтного ствола.

Данное соотношение следует из формулы (5.7), если в ней положить $m = 0$, $A(t_p) = \tau_s(t_p)$ и воспользоваться соотношением для связи предела текучести на сдвиг с пределом текучести на сжатие:

$$\tau_s(t_p) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_{ucs}(t_p). \quad (5.15)$$

В дополнение к этой формуле Вяловым С.С. и Зарецким Ю.К. [7] была получена формула для расчета толщины ЛПО в предположении, что неподкрепленный участок имеет неограниченную высоту:

$$E = a \left\{ \left[1 + \frac{P_{lat} (\Lambda - 1)}{\bar{\Lambda}} \right]^{\frac{1}{\Lambda - 1}} - 1 \right\}, \quad (5.16)$$

где $\Lambda = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$, $\bar{\Lambda} = 2c_s(t_p) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$, $c_s(t_p)$ – коэффициент длительного сцепления горной породы за период времени t_p .

Данная формула следует из решения задачи равновесия упруго-пластического цилиндра неограниченной высоты, внешняя стенка которого находится под воздействием бокового давления, а условие перехода в пластическое состояние определяется критерием Мор-Кулона. При этом предполагается, что в критическом состоянии область пластической деформации распространилась на всю толщину цилиндра.

Для анализа корректности формул (5.14), (5.16) толщина ЛПО по критерию предельного напряженного состояния была определена на основе результатов численного моделирования деформирования неподкрепленного участка ЛПО. Расчетная схема аналогична, предыдущей задаче (рисунок 5.8) с тем отличием, что на верхнем торце цилиндра вместо нулевого вектора перемещения задавалось давление P_{ob} , вызванное весом вышележащих пород. Введенное вертикальное давление P_{ob} на верхнем торце цилиндра приводит к снижению влияния бокового давления P_{lat} на неподкрепленный участок, что дает возможность получить более точную оценку толщины.

Определение толщины ЛПО выполнялось для тех же горных пород и величин боковых давлений P_{lat} , что и в предыдущем подпараграфе. Значения вертикальных давлений P_{ob} приведены в таблице 5.5. Упругие и прочностные характеристики горных пород в незамороженном состоянии задавались в соответствии с данными приведенными в таблице 5.2, в замороженном состоянии – в соответствии с данными из таблиц 5.3 и 5.6. Измерение прочностных

характеристик замороженных горных пород было выполнено в Институте природопользования НАН Белоруссии для времени нагружения t_{pr} 12 часов при температуре $T = -8^{\circ}\text{C}$.

При оценке толщины путем численного моделирования предполагалось, что предельное состояние неподкрепленного участка ЛПО наступает, когда на внутренней стенке выполняется условие пластического течения, поскольку возникновение пластической деформации грозит нарушением целостности ЛПО и вывалом грунта внутрь выработки.

Таблица 5.5 – Значения вертикального давления P_{ob} в зависимости от глубины.

Глубина	100 м	200 м	300 м	500 м
P_{ob} , МПа	2.0	4.0	6.0	10.0

Таблица 5.6 – Длительные прочностные характеристики замороженных пород при температуре $T = -8^{\circ}\text{C}$ и $t_{pr} = 12$ часов

Параметр	Глина	Песок	Мел
c_{fr} , [МПа]	3.78	6.33	6.20
φ_{un} , [°]	10	37	24

На рисунке 5.13 показана разность ΔE между толщинами ЛПО, полученными в численном моделировании и вычисленными по формулам (5.14) и (5.16).

Для всех рассмотренных горных пород оценки толщины, вычисленные по формуле (5.14), являются завышенными относительно результатов численного моделирования (рисунок 5.13(а)). При этом с возрастанием нагрузки отклонение ΔE монотонно увеличивается. Для максимального бокового давления, соответствующего глубине 500 м, наибольший запас толщины в 12.8 м и 13.7 м достигается для глины и песка. Полученное расхождение может быть объяснено использованием соотношения (5.15), являющимся следствием критерия Мизеса, в котором не учитывается влияние среднего напряжения на прочность горных пород.

Другая ситуация наблюдается на рисунке 5.13(б). Значения толщин, определенные в численном моделировании для песка и мела, являются меньше оценок, полученными по формуле (5.16), для всех величин боковых давлений. Наибольшее отклонение ΔE достигается при боковом давлении, соответствующем глубине 300 м, и составляет 1.49 м для песка и 0.242 м для мела. Для глины численное моделирование дает большую оценку толщины по сравнению с формулой (5.16) при боковом давлении, соответствующем глубинам 100 и 200 м. При более высоких боковых давлениях численное моделирование и формула (5.16) имеют схожие результаты (величина относительной погрешности между оценками толщины не превышает 2.8%).

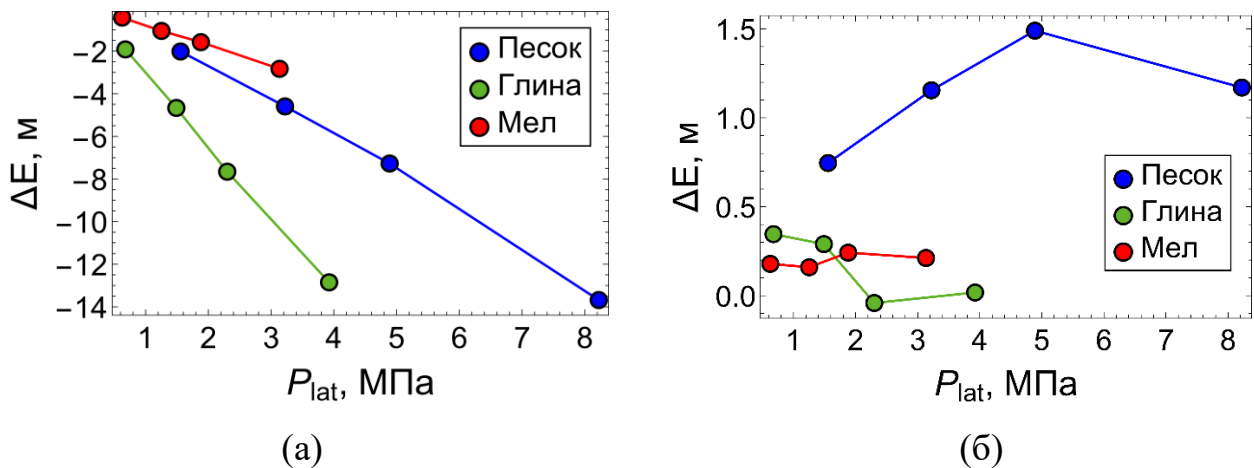


Рисунок 5.13 – Оценка разности между толщиной ЛПО, полученной в результате численного моделирования и вычисленной по формулам (5.14) (а), (5.16) (б)

Таким образом, оценки толщины ЛПО, полученные по формуле (5.16), показали меньшее отклонение от результатов численного моделирования по сравнению с оценками, вычисленными по формуле (5.14). Для достижения лучшего согласования между формулой (5.16) и численным моделированием была выполнена ее модификация:

$$E = va \left\{ \left[1 + \frac{P_{lat} (\Lambda - 1)}{\bar{\Lambda}} \right]^{\frac{1}{\Lambda - 1}} - 1 \right\} + \delta, \quad (5.17)$$

где коэффициенты ν и δ являются кусочно-постоянными функциями от бокового давления P_{lat} :

$$\nu = \begin{cases} \nu_1, & P_1 \leq P_{lat} \leq P_2 \\ \nu_2, & P_2 < P_{lat} \leq P_3 \end{cases}, \quad (5.18)$$

$$\delta = \begin{cases} \delta_1, & P_1 \leq P_{lat} \leq P_2 \\ \delta_2, & P_2 < P_{lat} \leq P_3 \end{cases}. \quad (5.19)$$

Значения параметров ν_i , δ_i , ($i = 1, 2$) и промежутки $[P_j, P_{j+1}]$ ($j = 1, 2$) определяются из условия наилучшего соответствия значений функции (5.17) с результатами численного моделирования. Для рассмотренных горных пород значения указанных параметров приведены в таблицах 5.7 и 5.8.

Сравнение оценок толщины ЛПО по модифицированной формуле (5.17) с величинами толщин, полученных по формуле (5.16) и в численном моделировании, в зависимости от бокового давления P_{lat} представлено на рисунке 5.14. Видно, что модифицированная формула хорошо описывает результаты численного моделирования для всех горных пород и величин бокового давления.

Таблица 5.7 – Параметры для аппроксимации коэффициента ν

Порода	ν_1	ν_2	P_1 , МПа	P_2 , МПа	P_3 , МПа
Песок	2.337	0.319	1.557	4.889	8.222
Глина	1.186	0.909	0.626	1.881	3.135
Мел	0.624	1.052	0.678	2.301	3.925

Таблица 5.8 – Параметры для аппроксимации коэффициента δ

Порода	δ_1	δ_2	P_1 , МПа	P_2 , МПа	P_3 , МПа
Песок	2.337	0.319	1.557	4.889	8.222
Глина	1.186	0.909	0.626	1.881	3.135
Мел	0.624	1.052	0.678	2.301	3.925

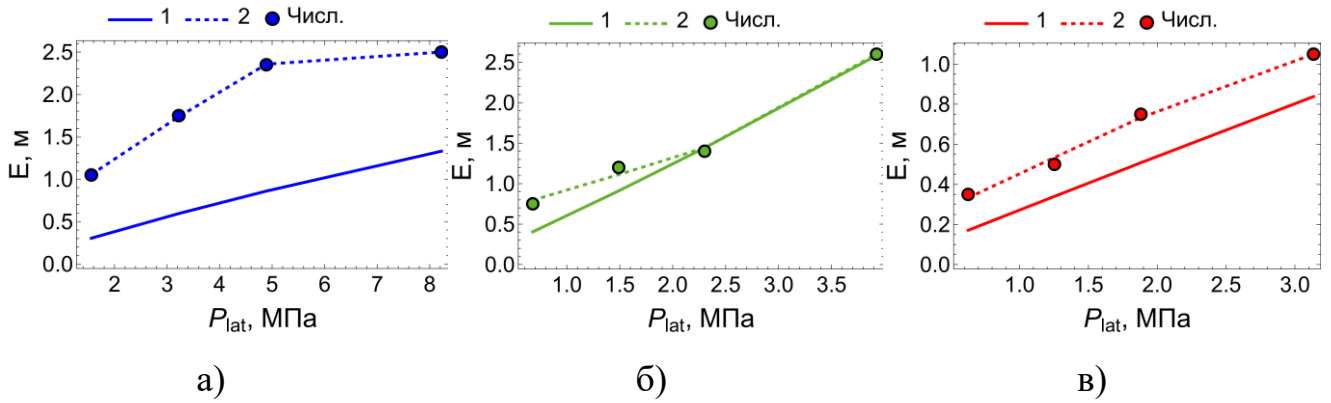


Рисунок 5.14 – Результат расчета толщины ЛПО E в зависимости от бокового давления P_{lat} по формулам (5.16) и (5.17) (кривые 1, 2) и путем численного моделирования (точки)

Формула (5.17) имеет хорошее качественное и количественное согласование с результатами численного моделирования, но включает в себя большое количество параметров. Для проведения инженерных расчетов была предложена модификация формулы (5.15), имеющая только один параметр:

$$E = a \left\{ \left[1 + \frac{P_{lat} (\Lambda - 1)}{\Lambda} \right]^{\frac{1}{\Lambda - 1}} - 1 \right\} + \zeta, \quad (5.20)$$

где ζ – параметр, зависящий от горной породы.

Значения параметра ζ для рассмотренных горных пород приведены в таблице 5.9.

Таблица 5.9 – Значения параметра ζ

Параметр	Песок	Глина	Мел
ζ	1.140	0.153	0.198

На рисунке 5.15 показаны величины толщины ЛПО в зависимости от бокового давления, соответствующие формулам (5.16) и (5.20), а также оценки толщин, полученных в численном моделировании. Данная модификация формулы показывает хорошее согласование с результатами численного моделирования для мела и глины при всех величинах бокового давления. Для песка формула

предсказывает близкий к линейному характеру увеличения толщины ЛПО от бокового давления, в то время как результаты численного моделирования являются нелинейными.

Такое отличие в качественном характере результатов численного моделирования для рассмотренных горных пород может быть объяснено тем, что в данном слое при вычислении бокового давления учитывается гидростатическое давление, что приводит к быстрому возрастанию бокового давления с глубиной. В тоже время увеличение прочности ЛПО в зависимости от толщины стенки является нелинейным, что особенно четко проявляется при больших значениях бокового давления и приводит к загибу кривой проектной толщины.

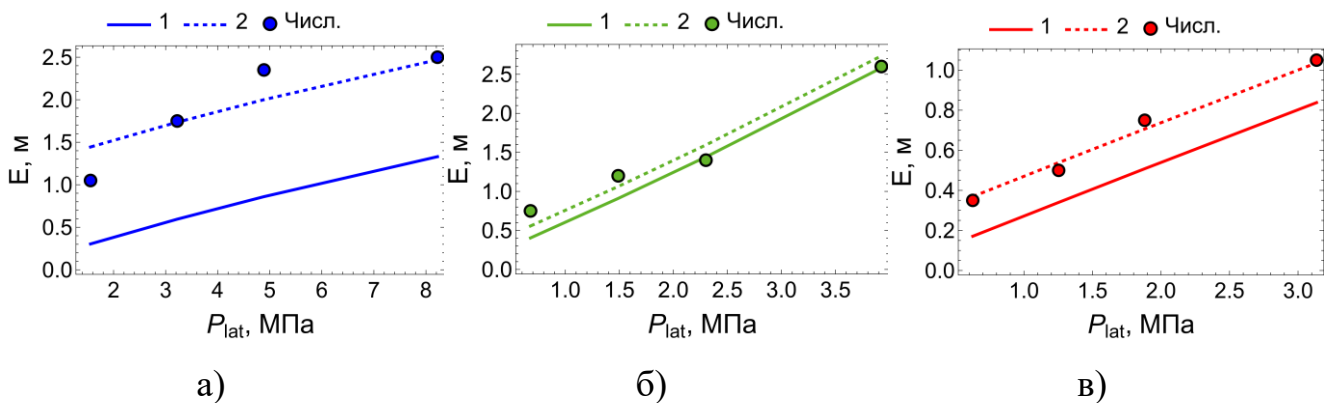


Рисунок 5.15 – Результаты расчета толщины ЛПО E в зависимости от бокового давления P_{lat} в слое песка (а), глины (б), мела (в) по формулам (5.16) и (5.20) (кривые 1, 2) и путем численного моделирования (маркеры)

5.3 Выводы по главе

В данной главе представлено исследование деформирования неподкрепленной стенки шахтной выработки, пройденной под защитой ЛПО. Исследование проводилось путем численного моделирования напряженно-деформированного состояния породных слоев для инженерных и гидрогеологических условий рудника Петриковского ГОК с использованием модели, предложенной во второй главе. В проведенных расчетах не учитывались

процессы замораживания и оттаивания грунта и связанное с этим перераспределение поровой влаги.

В первом параграфе главы рассмотрены результаты численного моделирования деформирования искусственно замороженных слоев алевролита и песка с выработкой при двух толщинах ЛПО с учетом изменения их природного напряженно-деформированного состояния, вызванного формированием ЛПО. Первая толщина ЛПО соответствовала проектному значению. Вторая толщина соответствовала случаю промерзания грунта до проектного сечения шахтного ствола. В слое алевролита для каждой толщины ЛПО расчеты проведены с учетом влияния морозного пучения и криогенного всасывания, с учетом влияния только морозного пучения и без учета влияния морозного пучения. В слое песка для каждой толщины ЛПО расчеты проведены с учетом и без учета влияния морозного пучения. Для учета влияния криогенных процессов использовались результаты численного моделирования искусственного замораживания грунтовых слоев, представленные в параграфе 4.1.

Параметры в определяющих соотношениях для вычисления деформации ползучести были идентифицированы на основе сопоставления результатов моделирования с экспериментальными данными на одноосное длительное нагружение замороженных грунтов (ГОСТ 12248-96).

На основе результатов численного моделирования деформирования выработки, пройденной в замороженных грунтовых слоях, можно заключить, что в независимости от толщины ЛПО и условий расчета под воздействием нагрузки происходит выпучивание боковой стенки выработки и поднятие ее дна. Максимум абсолютной величины радиального перемещения грунта достигается на стенке выработки.

Из распределений радиальной деформации, полученных для обоих грунтовых слоев, следует, что большую часть нагрузки со стороны окружающего грунта и подземных вод воспринимает на себя внешняя часть ЛПО, находящаяся с внешней стороны контура замораживающих скважин. Данная часть ЛПО препятствует вывалу незамороженного грунта внутрь выработки, перекладывая

часть нагрузки при этом на стенки замораживающих скважин. Внутренняя часть ЛПО, находящаяся внутри контура замораживающих скважин, выполняет вспомогательную роль. Она поддерживает внешнюю часть ЛПО и воспринимает на себя нагрузку вышележащих слоев.

На основе результатов расчетов показано, что пренебрежение влиянием морозного пучения и криогенного всасывания, возникающих при искусственном замораживании грунтового слоя, приводит к заниженной оценке перемещения стенки выработки. Например, при деформировании выработки в слое алевролита с проектной толщиной ЛПО в течение 24 часов максимальное радиальное перемещение в расчете, проведенном с учетом влияния криогенного всасывания и морозного пучения, превосходит величину перемещения, полученного в расчете без учета этих процессов, на 32%. В слое песка для проектной толщины ЛПО максимальное радиальное перемещение стенки выработки без учета морозного пучения на 13% меньше, чем в расчете с учетом морозного пучения. Таким образом, рост толщины ЛПО за счет морозного пучения приводит к сжатию незамороженного грунта и повышению нагрузки на внешнюю границу ЛПО, что на этапе выполнения проходческих работ способствует возрастанию смещения стенки выработки.

При увеличении толщины ЛПО деформирование стенки выработки уменьшается. Так в расчетах с учетом криогенных процессов увеличение толщины ЛПО с проектной до такой, что внутренняя граница ЛПО достигла сечения шахтного ствола, привело к снижению радиального перемещения стенки выработки в слое алевролита на 62%, а в слое песка – на 76%.

Во втором параграфе настоящей главы представлен теоретический анализ аналитических формул Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. для оценки проектной толщины ЛПО по критериям предельно допустимой деформации и предельного напряженного состояния на основе численного моделирования. Для выполнения численного моделирования была предложена модифицированная схема расчета ЛПО, совпадающая на неподкрепленном участке ЛПО со схемой Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С., но дополненная подстилающим слоем грунта ниже дна заходки.

Рассматривались три породных слоя песок, глина и мел, наиболее часто встречающиеся в осадочном чехле Петриковского калийного месторождения. Боковое давление на внешнюю стенку ЛПО рассчитывалось для диапазона глубин от 100 до 500 м.

По результатам определения оптимальной толщины ЛПО по критерию предельно допустимого перемещения на основе численного моделирования с использованием определяющих соотношений Вялова С.С. для расчета ползучести замороженного грунта установлено, что для глубин, не превышающих 300 м, аналитическая формула Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. предсказывает толщину ЛПО с запасом для всех рассмотренных пород. При деформировании ЛПО с толщиной, вычисленной по формуле, в слое мела величина радиального перемещения меньше допустимого значения для всех исследованных глубин, а в слоях песка и глины перемещение превосходит допустимое значение при глубине более 300 м.

Показано, что предположение о виде распределения сдвиговой деформации по верхнему торцу ледпородного цилиндра, являющееся одним из ключевых при выводе формулы Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С., не согласуется с профилями сдвиговой деформации, полученными в численном моделировании. Данный факт является причиной несоответствия аналитической и расчетной оценок проектной толщины ЛПО.

На основе результатов численного моделирования были предложены две уточненные аппроксимационные зависимости для оценки толщины ЛПО. Показано, что для толщин ЛПО меньших 11 метров, введение в исходную формулу коэффициента 0.5 позволяет существенно точнее оценить проектную толщину ЛПО относительно результатов численного моделирования. По сути, аналитическая формула имеет двухкратный запас прочности.

Вторая модификация формулы включает в себя дополнительную аппроксимационную функцию, зависящую от величины бокового давления, действующего на внешнюю стенку ЛПО. Оценки оптимальной толщины ЛПО, проведенные по данной формуле, согласуются с оценками, полученными в

численном моделировании качественно и количественно для всех рассмотренных глубин и величин боковых давлений.

Аналогичный теоретический анализ был проведен для формул Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. для расчета проектной толщины ЛПО по критерию предельного напряженного состояния. Для уточнения аналитических формул по результатам анализа было предложено две аппроксимационные зависимости.

Заключение

Итоги выполненного исследования

В работе построена математическая модель, позволяющая описывать криогенные процессы при искусственном замораживании влагонасыщенных грунтов. Верификация модели выполнена по данным оригинальных и ранее опубликованных лабораторных экспериментов.

С использованием построенной модели была решена серия задач, описывающих комплекс инженерных мероприятий по проходке вертикального шахтного ствола способом искусственного замораживания в обводненном породном массиве на Петриковском месторождении калийных солей. Представленный в работе подход к численному моделированию искусственного замораживания грунтовых слоев может послужить основой для создания новых методик обоснования инженерно-технических решений по проведению вертикальных шахтных стволов способом искусственного замораживания, включающих в себя этап идентификации входных параметров по стандартизованным лабораторным испытаниям кернового материала, расчеты формирования ЛПО и интерпретации данных систем мониторинга протекания замораживания, оценка бокового давления на внешнюю стенку ЛПО и напряженно-деформированного состояния стенки шахтной выработки, пройденной под защитой сформированного ЛПО.

Основные результаты работы могут быть сформулированы следующим образом.

1. Построена термогидромеханическая модель промерзания влагонасыщенного грунта, учитывающая взаимосвязь между явлениями падения температуры, образования порового льда, миграции влаги к фронту промерзания, морозного пучения грунта в замороженной зоне и его усадки вблизи фронта промерзания.

2. Адекватность модели показана путем сопоставления результатов численного моделирования промерзания влагонасыщенного грунта и

деформирования замороженного грунта с данными лабораторных экспериментов по искусственному замораживанию супеси, алевритистой глины и песка, а также одноосных механических испытаний на ползучесть замороженного алевритистого песка.

3. На примере численного моделирования искусственного замораживания грунтов на Петриковском месторождении показаны следующие особенности формирования ЛПО.

- При промерзании грунта без криогенной миграции влаги формируется однородное распределение пористости по толщине ЛПО, увеличение пористости в замороженной зоне составляет 9%. Объемное расширение в замороженной зоне приводит к сжатию незамороженного грунта, заключенного внутри ЛПО, результатом чего является монотонный рост порового давления с увеличением толщины ЛПО.

- Криогенная миграция влаги приводит к интенсивному морозному пучению и формированию неравномерного распределения пористости по толщине ЛПО. Интенсивное морозное пучение способствует росту пористости более чем на 9% и переходу грунта из состояния сжатия в состояние растяжения в большей части замороженной зоны. В результате обезвоживания грунта образуется область с пониженной пористостью вблизи замковой плоскости и происходит дополнительное сжатие грунта вблизи границ ЛПО. Поровое давление в незамороженном грунте внутри ЛПО быстро растет после смыкания ледопородных цилиндров, однако криогенное всасывание в конечном итоге приводит к падению порового давления.

- Уровень подземных вод в гидронаблюдательных скважинах внутри ЛПО существенно зависит от воздействия сил морозного пучения на незамороженный грунт и интенсивности криогенных течений.

- Возникающие в грунтовых слоях при формировании ЛПО морозное пучение и криогенная миграция влаги приводят к изменению их природного-напряженно-деформированного состояния и увеличению радиального перемещения стенки шахтной выработки, пройденной внутри ЛПО.

4. Показано, что формулы Зарецкого Ю.К. и Вялова С.С. для расчета оптимальной толщины ЛПО по критериям предельного напряженного состояния и максимальным допустимым перемещениям могут предсказывать как заниженную, так и завышенную оценку толщину ЛПО по сравнению с оценкой, определенной на основе результатов численного моделирования напряженно-деформированного состояния стенки шахтной выработки, проведенного с использованием новой расчетной схемы, учитывающей механическое поведение грунта ниже дна заходки. По результатам моделирования предложены модифицированные формулы для технологических условий проходки на руднике Петриковского ГОК.

Рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы

Следующим этапом в продолжение представленного в работе исследования может стать развитие построенной термогидромеханической модели промерзания влагонасыщенного грунта путем включения в нее более совершенных определяющих соотношений для описания напряженно-деформированного состояния. Большой интерес представляет описание влияния ледяных шлиров, возникающих в грунте в процессе промерзания, на его прочностные свойства, разупрочнения и неустановившуюся ползучесть мерзлого грунта при большой внешней нагрузке, изменения механических свойств грунта в зависимости от вида напряженно-деформированного состояния, неупругое деформирование незамороженного грунта, примыкающего к фронту промерзания, при воздействии на него сил морозного пучения и криогенного всасывания.

Список литературы

1. Zhou, J. Numerical analysis of coupled water, heat and stress in saturated freezing soil / J. Zhou, D. Li // *Cold Regions Science and Technology*. – 2012. – Vol.72. – P.43-49.
2. Lai, Y. Study on theory model of hydro-thermal–mechanical interaction process in saturated freezing silty soil / Y. Lai, W. Pei, M. Zhang, J. Zhou // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2014. – Vol.78. – P.805-819.
3. Coussy, O. Poromechanics of freezing materials / O. Coussy // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2005. – Vol.53. – No.8. – P.1689-1718.
4. Bishop, A.W. Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils / A.W. Bishop, G.E. Blight // *Geotechnique*. – 1963. – Vol.13. – No.3. – P.177-197.
5. Miller, R.D. Freezing phenomena in soils / R.D. Miller // *Applications of Soil Physics* / ed. by D. Hillel. – New York: Academic Press, 1980. – P.254-299.
6. Hansson, K. Water flow and heat transport in frozen soil: Numerical solution and freeze–thaw applications. / K. Hansson, J. Šimůnek, M. Mizoguchi, L.C. Lundin, M.T. Van Genuchten // *Vadose Zone Journal*. – 2004. – Vol.3. – No.2 – P.693-704.
7. Прочность и ползучесть мерзлых грунтов и расчеты ледогрунтовых ограждений. / С.С. Вялов, В.Г. Гмошинский, С.Э. Городецкий, В.Г. Григорьева, Ю.К. Зарецкий, Н.К. Пекарская, Е.П. Шушерина; под ред. С.С. Вялов. – М.: Изд-во Ак. наук СССР. 1962. – 253с.
8. Сумгин, М.И. Общее мерзлотоведение / М.И. Сумгин, С.П. Качурин, Н.И. Толстихин, В.Ф. Тумель. – М: Издательство АН СССР, 1940. – 340 с.
9. Цытович, Н.А. Основания механики мерзлых грунтов / Н.А. Цытович, М.И. Сумгин. – М.; Л.: Издательство АН СССР, 1937. – 432с.
10. Taber, S. The mechanics of frost heaving / S. Taber // *The Journal of Geology*. – 1938. – Vol.38. – No.4. – P.303–317.
11. Цытович, Н.А. Механика мерзлых грунтов/ Н.А. Цытович. – М: «Высшая школа», 1973. – 448с.
12. Лыков, А.В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах / А.В. Лыков. – М.: Гостехиздат, 1954. – 296с.

13. Лыков, А.В. Теория тепло- и массопереноса. / А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 535 с.
14. Иванов, Н.С. Тепло- и массоперенос в мерзлых горных породах / Н.С. Иванов. – М.: Наука, 1969. – 240с.
15. Вялов, С.С. Реологические свойства и несущая способность грунтов / С.С. Вялов. – М: Издательство АН СССР, 1959. – 190 с.
16. Зарецкий Ю.К. Теория консолидации грунтов / Ю.К. Зарецкий. – М.: Наука, 1967. – 268с.
17. Zaretskii, Y.K. Dilatancy of frozen soil and development of a strain theory of creep/ Y.K. Zaretskii, S.E. Gorodetskii // *Hydrotechnical Construction*. – 1975. – Vol.9. – No.2. – P.127-132.
18. Трупак, Н.Г. Замораживание горных пород при проходке стволов / Н.Г. Трупак. – М.: Углетехиздат, 1954. – 896с.
19. Маньковский, Г.И. Теоретические исследования процесса замораживания горных пород / Г.И. Маньковский. – М.: Углетехиздат. 1959. – 27 с.
20. Хакимов, Х.Р. Замораживание грунтов в строительных целях / Х.Р. Хакимов – М.: Госстройиздат, 1962. – 188 с
21. Orlov V.O., Kim V.K. A method of evaluating the frost-heave pressure of soil against the ice-soil enclosure of an underground structure // *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. – 1988. – Vol. 25. – No.3. – P.129-135.
22. Картозия, Б.А. Расчет ледопородного ограждения с учетом переменного поля температуры / Б.А. Картозия, И.В. Баклашов // *Сооружение горных выработок: Сб. науч. тр.*–М.: МГИ. – 1973. – №. 7. – С.30-37.
23. Edlefsen, N. Thermodynamics of soil moisture / N. Edlefsen, A. Anderson // *Hilgardia*. – 1943. –Vol.15. – No.2. – P.31-298.
24. Everett, D.H. The thermodynamics of frost damage to porous solids / D.H. Everett // *Transactions of the Faraday society*. – 1961. – Vol. 57. – P.1541-1551.
25. Harlan, R.L. Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil / R.L. Harlan // *Water Resources Research*. – 1973. – Vol.9. – No.5. – P.1314-1323.
26. Andersland, O.B. Stress effect on creep rates of a frozen clay soil / O.B. Andersland, W. Akili // *Geotechnique*. – 1967. – Vol.17. – No. 1. – P.27-39.

27. Ladanyi, B. An engineering theory of creep of frozen soils / B. Ladanyi // Canadian Geotechnical Journal. – 1972. – Vol.9. – No.1. – P.63-80.
28. Gilpin, R.R. A model for the prediction of ice lensing and frost heave in soils / R.R. Gilpin // Water Resources Research. – 1980. – Vol.16. – No.5. – P.918-930.
29. O'Neill, K. Exploration of a rigid ice model of frost heave / K. O'Neill, R.D. Miller // Water Resources Research. – 1985. – Vol.21. – No. 3. – P.281-296.
30. Konrad, J.M. A mechanistic theory of ice lens formation in fine-grained soils / J.M. Konrad, N.R. Morgenstern // Canadian Geotechnical Journal. – 1980. – Vol.17. – No.4. – P.473-486.
31. Konrad, J.M. The segregation potential of a freezing soil Canadian / J.M. Konrad, N.R. Morgenstern // Geotechnical Journal. – 1981. – Vol.18. – No.4. – P.482-491.
32. Konrad, J.M. Effects of applied pressure on freezing soils. / J.M. Konrad, N.R. Morgenstern // Canadian Geotechnical Journal. – 1982. – Vol.19. – No.4. – P.494–505.
33. Гречищев, С.Е. Некоторые проблемы термореологии мерзлых грунтов / С.Е. Гречищев // Вопросы криологии Земли. – М: Наука, 1976. – с.122–142.
34. Гречищев, С.Е. Основы моделирования криогенных физикогеологических процессов / С.Е. Гречищев, Л.В. Чистотинов, Ю.Л. Шур. – М.: Наука, 1984. – 231с.
35. Кожевников, Н.Н. Тепломассоперенос в дисперсных средах при промерзании / Н.Н. Кожевников. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1987. – 192с.
36. Кроник, Я.А. Термомеханические модели мерзлых грунтов и криогенных процессов / Я.А. Кроник // Реология грунтов и инженерное мерзлотоведение. – М.: Наука, 1982. – С. 200-212
37. Кроник, Я.А. Прогноз термомеханического взаимодействия сооружений и оснований / Я.А. Кроник // Вестник МГСУ. – 2006. – №1. – С.73-82
38. Ершов, Э.Д. Влагодперенос и криогенные текстуры в дисперсных породах / Э.Д. Ершов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. – 216с
39. Основы геокриологии: [Монография в 6 томах] / [К.А. Кондратьева, В.В. Баулин, Э.Д. Ершов и др.]; под ред. Э.Д. Ершова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998.
40. Бровка, Г.П. Тепло- и массоперенос в природных дисперсных системах при промерзании / Г.П. Бровка. – Минск: Навука і тэхніка, 1991. – 191с.

41. Пермяков, П.П. Математическое моделирование процессов тепло и массообмена при геокриологических прогнозах. / П.П. Пермяков // Инженерно-физический журнал. – 1987. – Т.53. – №1. – С.124-129.
42. Пермяков, П.П. Математическое моделирование техногенного загрязнения в криолитозоне. / П.П. Пермяков, А.П. Аммосов // Новосибирск: Наука, 2003. – 223с.
43. Кудрявцев, С.А. Численные исследования теплофизических процессов в сезонномерзлых грунтах / С.А. Кудрявцев // Криосфера Земли. – 2003. – №4. – С. 76-81.
44. Кудрявцев, С.А. Численное моделирование процесса промерзания, морозного пучения и оттаивания грунтов / С.А. Кудрявцев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2017. – №5. – С.21-26.
45. Горелик, Я.Б. Методы расчета деформаций инженерных конструкций, вызванных пучением пород промерзающего слоя / Я.Б. Горелик // Криосфера Земли. – 2010. – Т.14. – №1. – С.50-62.
46. Вабищевич, П.Н. Численное моделирование термостабилизации фильтрующих грунтов / П.Н. Вабищевич, М.В. Васильева, Н.В. Павлова // Математическое моделирование. – 2014. – Т.26. – №9. – С.111-125.
47. Liu, Z. Multiphysics Simulation and Innovative Characterization of Freezing Soils: diss. ... Ph.D. / Z. Liu ; Case Western Reserve University. – Cleveland, 2013. – 181p.
48. Huang, S. A fully coupled thermo-hydro-mechanical model including the determination of coupling parameters for freezing rock / S. Huang, Q. Liu, A. Cheng, Y. Liu, G. Liu // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2018. – Vol.103. – P.205-214.
49. Kay, B.D. A preliminary comparison of simulated and observed water redistribution in soils freezing under laboratory and field conditions / B.D. Kay, M.I. Sheppard, J.P.G. Loch // Proceedings of the International Symposium on Frost Action in Soils. – 1977. – Vol.1. – P.42-53.
50. Nicolsky, D.J. Estimation of soil thermal properties using in-situ temperature measurements in the active layer and permafrost / D.J. Nicolsky, V.E. Romanovsky, G.G. Panteleev // Cold Regions Science and Technology. – 2009. – Vol.55. – No.1. – P. 120-129.

51. Yong, R.N. Soil properties and Behavior. / R.N. Yong, B.P. Warkentin. – Amsterdam: Elsevier, 1975. – 449 p.
52. Anderson, D.M. Predicting unfrozen water contents in frozen soils from surface area measurements / D.M. Anderson, A.R. Tice // Highway research record. – 1972. – Vol.393. – P.12-18.
53. Арэ, Ф.Э. Теплофизические аспекты принципа Цытовича о равновесном состоянии воды и льда в мерзлых грунтах / Ф.Э. Арэ // Криосфера Земли. – 2014. – Т.18. – №1. – С.47-56.
54. Kurylyk, B.L., Watanabe K. The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils / B.L. Kurylyk, K. Watanabe // Advances in Water Resources. – 2013. – Vol.60. – P.160-177.
55. Lu, J. Evaluation of calculation models for the unfrozen water content of freezing soils. / J. Lu, W. Pei, X. Zhang, J. Bi, T. Zhao // Journal of Hydrology. – 2019. – Vol.575. – P.976-985.
56. Ren, J. Comparison of soil-freezing and soil-water characteristic curves of two Canadian soils / J. Ren, S.K. Vanapalli // Vadose Zone Journal. – 2019. – Vol.18. – No.1. – P.1-14.
57. Шейн, Е.В. Курс физики почв / Е.В. Шейн. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2005. – 192с.
58. Глобус, А.М. Экспериментальная гидрофизика почв / А.М. Глобус. – Л.: Гидрометеиздат, 1969. – 357с.
59. Jame, Y.W. Heat and mass transfer in a freezing unsaturated porous medium / Y.W. Jame, D.I. Norum // Water Resources Research. – 1980. – Vol.16. – No.4. – P.811-819.
60. Schofield, R.K. The measurement of pF in soil by freezing-point / R.K. Schofield, J.V.B. da Costa // The Journal of Agricultural Science. – 1938. – Vol.28. – No.4. – P.644-653.
61. Нерсесова, З.А. Изменение льдистости грунтов в зависимости от температуры / З.А. Нерсесова // ДАН СССР. – 1950. – Т.75. – №6. – С.845-846.
62. Koopmans, R.W.R. Soil freezing and soil water characteristic curves / R.W.R. Koopmans, R.D. Miller // Soil Science Society of America Journal. – 1966. – Vol.30. – No.6. – P.680-685.
63. Chen, L. A fractal model of hydraulic conductivity for saturated frozen soil / L. Chen, D. Li, F. Ming, X. Shi, X. Chen // Water. – 2019. – Vol.11. – No.2. – P.369.

64. Ming, F. Estimation of hydraulic conductivity of saturated frozen soil from the soil freezing characteristic curve / F. Ming, L. Chen, D. Li, X. Wei // *Science of The Total Environment*. – 2020. – Vol.698. – P.134132
65. Nixon, J.F. Discrete ice lens theory for frost heave in soils / J.F. Nixon // *Canadian Geotechnical Journal*. – 1991. – Vol.28. – No.6. – P.843-859.
66. Azmatch, T.F. Using soil freezing characteristic curve to estimate the hydraulic conductivity function of partially frozen soils / T.F. Azmatch, D.C. Segoo, L.U. Arenson, K.W. Biggar // *Cold Regions Science and Technology*. – 2012. – Vol.83. – P.103-109.
67. Watanabe, K. Comparison of hydraulic conductivity in frozen saturated and unfrozen unsaturated soils / K. Watanabe, Y. Osada // *Vadose Zone Journal*. – 2016. – Vol.15. – No.5. – P.1-7.
68. Kay, B.D. On the interaction of water and heat transport in frozen and unfrozen soils: I. Basic theory; The vapor phase / B.D. Kay, P.H. Groenevelt // *Soil Science Society of America Journal*. – 1974. – Vol.38. – No.3. – P.395–400.
69. Ma, W. Discussion of the applicability of the generalized Clausius–Clapeyron equation and the frozen fringe process / W. Ma, L. Zhang, C. Yang // *Earth-Science Reviews*. – 2015. – Vol.142. – P.47-59.
70. Bronfenbrener, L. Modeling frost heave in freezing soils / L. Bronfenbrener, R. Bronfenbrener // *Cold Regions Science and Technology*. – 2010. – Vol.61. – No.1. – P.43-64
71. Peppin, S.S.L. The physics of frost heave and ice-lens growth / S.S.L. Peppin, R.W. Style // *Vadose Zone Journal*. – 2013. – Vol.12. – No.1. – P.1-12.
72. Zhang, L. Investigation of the pore water pressures of coarse-grained sandy soil during open-system step-freezing and thawing tests / L. Zhang, W. Ma, C. Yang, C. Yuan // *Engineering geology*. – 2014. – Vol.181. – P.233-248.
73. Guan, H. Study on the freezing characteristics of silty clay under high loading conditions./ H. Guan, D. Wang, W. Ma, Y. Mu, Z. Wen, T. Gu, Y. Wang // *Cold Regions Science and Technology*. – 2015. – Vol.2015. – Vol.110. – P.26-31.
74. Wang, D. Study on the freezing-induced soil moisture redistribution under the applied high pressure / D. Wang, Y. Wang, W. Ma, L. Lei, Z. Wen // *Cold Regions Science and Technology*. – 2018. – Vol.145. – P.135-141.

75. Далматов, Б.И. Воздействие морозного пучения грунтов на фундаменты сооружений / Б.И. Далматов. – Л.: Госстройиздат, 1957. – 60с.
76. Орлов, В.О. Криогенное пучение тонкодисперсных грунтов / В.О. Орлов. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 188с.
77. Ji, Y. On the frost heaving-induced pressure response and its dropping power-law behaviors of freezing soils under various restraints / Y. Ji, G. Zhou, X. Zhao, J. Wang, T. Wang, Z. Lai, P. Mo // Cold Regions Science and Technology. – 2017. – Vol.142. – P.25-33.
78. Ji Y. Frost heave and frost heaving-induced pressure under various restraints and thermal gradients during the coupled thermal–hydro processes in freezing soil / Y. Ji, G. Zhou, M.R. Hall // Bulletin of Engineering Geology and the Environment. – 2019. – Vol.78. – No.5. – P.3671-3683.
79. Abzhalimov, R.S. Laboratory investigations of the pressure dependence of the frost heaving of soil / R.S. Abzhalimov, N.N. Golovko // Soil Mechanics and Foundation Engineering. – 2009. – Vol.46. – No.1. – P.31-38.
80. Michalowski, R.L. Frost heave modelling using porosity rate function / R.L. Michalowski, M. Zhu // International journal for numerical and analytical methods in geomechanics. – 2006. – Vol.30. – No.8. – P.703-722.
81. Konrad, J.M. 2-D frost action modeling using the segregation potential of soils / J.M. Konrad, M. Shen // Cold regions science and technology. – 1996. – Vol.24. – No.3. – P.263-278
82. Lai, Y. Present situation and prospect of mechanical research on frozen soils in China / Y. Lai, X. Xu, Y. Dong, S. Li // Cold Regions Science and Technology. – 2013. – Vol.87. – P.6-18.
83. Li, S. Moisture–temperature changes and freeze–thaw hazards on a canal in seasonally frozen regions / S. Li, Y. Lai, W. Pei, S. Zhang, H. Zhong // Natural hazards. – 2014. – Vol.72. – No.2. – P.287-308.
84. Andersland, O.B. An introduction to frozen ground engineering / Andersland O.B., Ladanyi B. –New York: Chapman and Hall, 2013. – 352p.

85. Yang, Y. The strength criterion and elastoplastic constitutive model of frozen soil under high confining pressures / Y. Yang, Y. Lai, Y. Dong, S. Li // Cold regions science and technology. – 2010. – Vol.60. – No.2. – P.154-160.
86. Lai, Y. Stress-strain relationships and nonlinear Mohr strength criteria of frozen sandy clay / Y. Lai, Z. Gao, S. Zhang, X. Chang // Soils and foundations. – 2010. – Vol.50. – No.1. – P.45-53.
87. Liu, X. Study on effect of coarse-grained content on the mechanical properties of frozen mixed soils / X. Liu, E. Liu, D. Zhang, G. Zhang, X. Yin, B. Song // Cold Regions Science and Technology. – 2019. – Vol.158. – P.237-251.
88. Fish, A.M. Strength of frozen soil under a combined stress state / A.M. Fish // Proc. of 6th Int. Symp. on Ground Freezing. – 1991. – Vol.1. – P.135–145.
89. Qi J. A new criterion for strength of frozen sand under quick triaxial compression considering effect of confining pressure / J. Qi, W. Ma // Acta geotechnica. – 2007. – Vol.2. – No.3. – P.221–226.
90. Vyalov, S.S. Modified model of the nonlinear deformation of cohesive soils./ S.S. Vyalov, Z.S. Shaaban // Soil Mechanics and Foundation Engineering. – 1994. – Vol.31. – No.5. – P.155-160.
91. Liu, X. Study on strength criterion for frozen soil / X. Liu, E. Liu, D. Zhang, G. Zhang, B. Song // Cold Regions Science and Technology. – 2019. – Vol.161. – P.1-20.
92. Xu, X. Laboratory investigation on strength and deformation characteristics of ice-saturated frozen sandy soil / X. Xu, Y. Lai, Y. Dong, J. Qi // Cold Regions Science and Technology. – 2011. – Vol.69. – No.1. – P.98-104
93. Lai, Y. Strength criterion and elastoplastic constitutive model of frozen silt in generalized plastic mechanics / Y. Lai, Y. Yang, X. Chang, S. Li // International Journal of Plasticity. – 2010. – Vol.26. – No.10. – P.1461-1484.
94. Yang, Y. Modified Hoek–Brown criterion for nonlinear strength of frozen soil / Y. Yang, F. Gao, Y. Lai // Cold regions science and technology. – 2013. – Vol.86. – P.98-103.
95. Yang, Y. Laboratory and theoretical investigations on the deformation and strength behaviors of artificial frozen soil / Y. Yang, Y. Lai, X. Chang // Cold regions science and technology. – 2010. – Vol.64. – No.1. – P.39-45

96. Li, Z. Experimental and Theoretical Investigations of the Constitutive Relations of Artificial Frozen Silty Clay / Z. Li, J. Chen, C. Mao // *Materials*. – 2019. – Vol.12. – No.19. – P.3159.
97. Lai, Y. Yield criterion and elasto-plastic damage constitutive model for frozen sandy soil / Y. Lai, L. Jin, X. Chang // *International Journal of Plasticity*. – 2009. – Vol.25. – No.6. – P.1177-1205.
98. Yang Y. Experimental and theoretical investigations on the mechanical behavior of frozen silt / Yang Y., Gao F., Lai Y., Cheng H. // *Cold Regions Science and Technology*. – 2016. – Vol.130. – P.59-65.
99. Loria A.F.R., Frigo B., Chiaia B. A non-linear constitutive model for describing the mechanical behaviour of frozen ground and permafrost / A.F.R. Loria, B. Frigo, B. Chiaia // *Cold regions science and technology*. – 2017. – Vol.133. – P.63-69.
100. Xu, X. Effect of temperature and strain rate on mechanical characteristics and constitutive model of frozen Helin loess / X. Xu, Y. Wang, Z. Yin, H. Zhang // *Cold Regions Science and Technology*. – 2017. – Vol. 136. – P.44-51.
101. Xu, G. An extended hypoplastic constitutive model for frozen sand / G. Xu, W. Wu, J. Qi // *Soils and Foundations*. – 2016. – Vol.56. – No.4. – P.704-711.
102. Zhang, D. A micromechanics-based elastoplastic constitutive model for frozen sands based on homogenization theory / D. Zhang, E. Liu, D. Yu // *International Journal of Damage Mechanics*. – 2020. – Vol.29. – No.5. – P.689-714.
103. Zhou, Z. Multiaxial creep of frozen loess / Z. Zhou, W. Ma, S. Zhang, H. Du, Y. Mu, G. Li // *Mechanics of Materials*. – 2016. – Vol.95. – P.172-191.
104. Vyalov, S.S. Creep and long-term strength of clayey soils in triaxial compression / S.S. Vyalov, A.S. Khamed // *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. – 1997. – Vol.34. – N.1. – P.9-14
105. Fish A.M. Thermodynamic model of creep at constant stress and constant strain rate // *Cold Regions Science and Technology*. – 1984. – Vol.9. – No.2. – P.143-161.
106. Chen, D. A long-term strength criterion for frozen clay under complex stress states/ D. Chen, W. Ma, G. Li, Z. Zhou, Y. Mu // *Cold Regions Science and Technology*. – 2020. – Vol.176. – P.103089.

107. Разбегин, В.Н. Исследования механических свойств мерзлых грунтов / В.Н. Разбегин, С.С. Вялов, Р.В. Максимьяк, А.В. Садовский // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1996. – №2. – С.2-8
108. Li, D.W. Research on visco-elastic-plastic creep model of artificially frozen soil under high confining pressures / D.W. Li, J.H. Fan, R.H. Wang // Cold Regions Science and Technology. – 2011. – Vol.65. – No.2. – P.219-225.
109. Li, D. Fractional derivative-based creep constitutive model of deep artificial frozen soil / D. Li, C. Zhang, G. Ding, H. Zhang, J. Chen, H. Cui, W. Pei, S. Wang, L. An, C. Yuan // Cold Regions Science and Technology. – 2020. – Vol.170. – P.102942.
110. Mu, S. Modelling of coupled heat, moisture and stress field in freezing soil / S. Mu, B. Ladanyi // Cold Regions Science and Technology. – 1987. – Vol.14. – No.3. – P.237-246.
111. Nishihara, M. Stress–strain–time relations of rocks / M. Nishihara // Doshisha Eng. Rev. – 1958. – Vol.8. – P. 32–55.
112. Perzyna, P. Fundamental problems in viscoplasticity / P. Perzyna // Advances in applied mechanics. – 1966. – Vol.9. – P.243-377.
113. Hou, F. A creep constitutive model for frozen soils with different contents of coarse grains / F. Hou, Y. Lai, E. Liu, H. Luo, X. Liu // Cold Regions Science and Technology. – 2018. – Vol.145. – P.119-126.
114. Zhu, Z.Y. A creep model for frozen sand of Qinghai-Tibet based on Nishihara model / Z.Y. Zhu, F. Luo, Y.Z. Zhang, D.J. Zhang, J.L. He // Cold Regions Science and Technology. – 2019 – Vol.167. – P.102843
115. Wang, S. A simple rheological element based creep model for frozen soils / S. Wang, J. Qi, Z. Yin, J. Zhang, W. Ma // Cold Regions Science and Technology. – 2014. – Vol. 106. – P.47-54.
116. Liao, M. A fractional order creep constitutive model of warm frozen silt / M. Liao, Y. Lai, E. Liu, X. Wan // Acta Geotechnica. – 2017 – Vol.12. – No.2. – P.377-389.
117. Yao, X. A frozen soil creep model with strength attenuation / X. Yao, J. Qi, M. Liu, F. Yu // Acta Geotechnica. – 2017. – Vol.12. – No.6. – P.1385-1393.
118. Xu G. A triaxial creep model for frozen soil based on hypoplasticity / G. Xu, W. Wu, J. Qi // European Journal of Environmental and Civil Engineering. – 2017. – P.1-12.

119. Wang, P. A macro-micro viscoelastic-plastic constitutive model for saturated frozen soil / P. Wang, E. Liu, B. Zhi, B. Song // *Mechanics of Materials*. – 2020. – Vol.147. – P.103411.
120. Liu, E. Thermo-poromechanics-based viscoplastic damage constitutive model for saturated frozen soil. / E. Liu, Y. Lai // *International Journal of Plasticity*. – 2020. – Vol. 198. – P.102683.
121. Semin, M. Numerical simulation of frozen wall formation in water-saturated rock mass by solving the Darcy-Stefan problem / M. Semin, L. Levin // *Frattura ed Integrità Strutturale*. – 2019. – Vol.13. – No.49. – P.167-176.
122. Bronfenbrener, L. Non-equilibrium crystallization in freezing porous media: Numerical solution / L. Bronfenbrener // *Cold regions science and technology*. – 2013. – Vol.85. – P.137-149
123. Tan, X. Water flow and heat transport including ice/water phase change in porous media: numerical simulation and application / X. Tan, W. Chen, H. Tian, J. Cao // *Cold regions science and technology*. – 2011. – Vol.68. – No.1-2. – P.74-84.
124. Vitel, M. Thermo-hydraulic modeling of artificial ground freezing: Application to an underground mine in fractured sandstone / M. Vitel, A. Rouabhi, M. Tijani, F. Guerin // *Computers and Geotechnics*. – 2016. – Vol.75. – P.80-92.
125. Huang, S. Study on the influence of water flow on temperature around freeze pipes and its distribution optimization during artificial ground freezing / S. Huang, Y. Guo, Y. Liu, L. Ke, G. Liu // *Applied Thermal Engineering*. – 2018. – Vol.135. – P.435-445.
126. Alzoubi M.A. Heat transfer analysis in artificial ground freezing under high seepage: Validation and heatlines visualization / M.A. Alzoubi, A. Madiseh, F.P. Hassani, A.P. Sasmito // *International Journal of Thermal Sciences*. – 2019. – Vol.139. – P.232-245.
127. Vasilyeva, M. Finite Element Simulation of Thermo-Mechanical Model with Phase Change / M. Vasilyeva, D. Ammosov, V. Vasil'ev // *Computation*. – 2021. – Vol.9. – No.1. – P.5
128. Cai, H. Model test and numerical simulation of frost heave during twin-tunnel construction using artificial ground-freezing technique / H. Cai, S. Li, Y. Liang, Z. Yao, H. Cheng // *Computers and Geotechnics*. – 2019. – Vol.115. – P.103155

129. Yu, Z. Comparative study of relating equations in coupled thermal-hydraulic finite element analyses / Z. Yu, L. Yang, S. Zhou // *Cold Regions Science and Technology*. – 2019. – Vol.161. – P.150-158.
130. Penner, E. Aspects of ice lens growth in soils / E. Penner // *Cold regions science and technology*. – 1986. – Vol. 13. – No. 1. – P.91-100.
131. Lai Y.M. Nonlinear analysis for the coupled problem of temperature, seepage and stress fields in cold-region tunnels / Y.M Lai, Z.W. Wu, Y.L. Zhu, L.N. Zhu // *Tunnelling and underground space technology*. – 1998. – Vol.13. – No.4. – P.435-440.
132. Selvadurai, A.P.S. Computational modelling of frost heave induced soil–pipeline interaction: I. Modelling of frost heave / A.P.S. Selvadurai, J. Hu, I. Konuk // *Cold regions science and technology*. – 1999. – Vol.29. – No.3. – P.215-228.
133. Selvadurai, A.P.S. Computational modelling of frost heave induced soil–pipeline interaction: II. Modelling of experiments at the Caen test facility / A.P.S. Selvadurai, J. Hu, I. Konuk // *Cold regions science and technology*. – 1999. – Vol.29. – No.3. – P.229-257
134. Liu, Z. Coupled thermo-hydro-mechanical model for porous materials under frost action: theory and implementation / Z. Liu, X. Yu // *Acta Geotechnica*. – 2011. – Vol.6. – No.2. – P.51-65.
135. Van Genuchten, M.T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils / M.T. Van Genuchten // *Soil science society of America journal*. – 1980. – Vol.44. – No.5. – P.892-898.
136. Philip, J.R. Moisture movement in porous materials under temperature gradients / J.R. Philip, D.A. De Vries // *Eos, Transactions American Geophysical Union*. – 1957. – Vol.38. – No.2. – P.222-232.
137. Li, S. Experimental and numerical simulations on heat-water-mechanics interaction mechanism in a freezing soil / S. Li, M. Zhang, W. Pei, Y. Lai // *Applied Thermal Engineering*. – 2018. – Vol. 132. – P.209-220.
138. Neaupane K.M. Simulation of a fully coupled thermo–hydro–mechanical system in freezing and thawing rock / K.M. Neaupane, T. Yamabe, R. Yoshinaka // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 1999. – Vol.36. – No.5. – P.563-580.

139. Neaupane, K.M. A fully coupled thermo-hydro-mechanical nonlinear model for a frozen medium / K.M. Neaupane, T. Yamabe // *Computers and Geotechnics*. – 2001. – Vol.28. – No.8. – P.613-637
140. Li, N. The coupled heat-moisture-mechanic model of the frozen soil / N. Li, B. Chen, F. Chen, X. Xu // *Cold Regions Science and Technology*. – 2000. – Vol.31. – No.3. – P.199-205.
141. Li, N. Theoretical frame of the saturated freezing soil / N. Li, F. Chen, B. Su, G. Cheng // *Cold Regions Science and Technology*. – 2002. – Vol.35. – No.2. – P.73-80.
142. Bekele, Y.W. Isogeometric analysis of THM coupled processes in ground freezing / Y.W. Bekele, H. Kyokawa, A.M. Kvarving, T. Kvamsdal, S. Nordal // *Computers and Geotechnics*. – 2017. – Vol.88. – P.129-145.
143. Coussy O. *Poromechanics* / O. Coussy. – Chichester: John Wiley & Sons, 2004. – 315p.
144. Biot, M.A. General theory of three-dimensional consolidation / M.A. Biot // *Journal of applied physics*. – 1941. – Vol.12. – No.2. – P.155-164.
145. Petrenko, V.F. *Physics of ice*. / V.F. Petrenko, R.W. Whitworth // London: Oxford University Press, 1999. – 386p.
146. Boukpeti, N. One-dimensional analysis of a poroelastic medium during freezing / N. Boukpeti // *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. – 2008. – Vol.32. – No.13. – P.1661-1691.
147. Zhou, M.M. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils / M.M. Zhou, G. Meschke // *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. – 2013. – Vol.37. – No.18. – P.3173-3193.
148. Lackner, R. Artificial ground freezing of fully saturated soil: thermal problem / R. Lackner, A. Amon, H. Lager // *Journal of Engineering Mechanics*. – 2005. – Vol.131. – No.2. – P.211-220.
149. Tounsi, H. *Thermo-Hydro-Mechanical Modeling of Artificial Ground Freezing: Application in Mining Engineering* / H. Tounsi, A. Rouabhi, M. Tijani, F. Guérin // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2019. – Vol.52. – No.10 – P.3889-3907.
150. Tounsi H., Rouabhi A., Jahangir E. Thermo-hydro-mechanical modeling of artificial ground freezing taking into account the salinity of the saturating fluid / H. Tounsi, A. Rouabhi, E. Jahangir // *Computers and Geotechnics*. – 2020. – Vol.119. – P.103382.

151. Liu, E. An elastoplastic model for saturated freezing soils based on thermo-poromechanics. / E. Liu, Y. Lai, H. Wong, J. Feng // *International Journal of Plasticity*. – 2018. – Vol.107. – P.246-285.
152. Arzanfudi M. M., Al-Khoury R. Freezing-thawing of porous media: An extended finite element approach for soil freezing and thawing / M.M. Arzanfudi, R. Al-Khoury // *Advances in water resources*. – 2018. – Vol.119. – P.210-226.
153. Brooks, R.H. Hydraulic Properties of Porous Media / R.H. Brooks, A.T. Corey // *Hydrology papers (Colorado State University)*. – 1964. – No.3. – P.1-37.
154. Grenier, C. Groundwater flow and heat transport for systems undergoing freeze-thaw: Intercomparison of numerical simulators for 2D test cases / C. Grenier, H. Anbergen, V. Bense, Q. Chanzy, ..., C. Voss // *Advances in water resources*. – 2018. – Vol.114. – P.196-218.
155. Nishimura, S. THM-coupled finite element analysis of frozen soil: formulation and application / S. Nishimura, A. Gens, S. Olivella, R.J. Jardine // *Géotechnique*. – 2009. – Vol. 59, No. 3. – P.159-171.
156. Casini, F. Artificial ground freezing of a volcanic ash: laboratory tests and modelling / F. Casini, A. Gens, S. Olivella, G.M. Viggiani // *Environmental Geotechnics*. – 2014. – Vol.3. – No.3. – P.141-154.
157. Na, S.H. Computational thermo-hydro-mechanics for multiphase freezing and thawing porous media in the finite deformation range / S.H. Na, W.C. Sun // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2017. – Vol.318. – P.667-700.
158. Michalowski, R.L. A constitutive model of saturated soils for frost heave simulations / R.L. Michalowski // *Cold regions science and technology*. – 1993. – Vol.22. – No.1. – P.47-63.
159. Zhang, Y. Thermal-Hydro-Mechanical Modeling of Frost Action in Frost-Susceptible Soils / Y. Zhang, R.L. Michalowski // *Soil Behavior and Geomechanics*. – 2014. – P.735-744
160. Thomas, H.R. Modelling of cryogenic processes in permafrost and seasonally frozen soils / H.R. Thomas, P. Cleall, Y.C. Li, C. Harris, M. Kern-Luetschg // *Geotechnique*. – 2009. – Vol.59. – No.3. – P.173-184.

161. Tice, A.R. The prediction of unfrozen water contents in frozen soils from liquid limit determinations. / A.R. Tice, D.M. Anderson, A. Banin. – Cold Regions Research and Engineering Laboratory, 1976. – 9p.
162. Nixon, J.F. Discrete ice lens theory for frost heave in soils / J.F. Nixon // Canadian Geotechnical Journal. – 1991. – Vol.28. – Vol.6. – P.843-859.
163. Yin, X. Numerical analysis of coupled liquid water, vapor, stress and heat transport in unsaturated freezing soil / X. Yin, E. Liu, B. Song, D. Zhang // Cold Regions Science and Technology. – 2018. – Vol.155. – P.20-28.
164. Zhang, X. Numerical study on the multifield mathematical coupled model of hydraulic-thermal-salt-mechanical in saturated freezing saline soil / X. Zhang, Q. Wang, T. Yu, G. Wang, W. Wang // International Journal of Geomechanics. – 2018. – Vol.18. – No.7. – P.04018064.
165. Zhang, J. Study on the influence of hydro-thermal-salt-mechanical interaction in saturated frozen sulfate saline soil based on crystallization kinetics / J. Zhang, Y. Lai, J. Li, Y. Zhao // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2020. – Vol.146. – P.118868.
166. Bai, R. Simulation of heat–water–mechanics process in a freezing soil under stepwise freezing. / R. Bai, Y. Lai, Z. You, J. Ren // Permafrost and Periglacial Processes. – 2020. – Vol.31. – No.1. – P.200-212.
167. Ming, F. Experimental and theoretical investigations into the formation of ice lenses in deformable porous media / F. Ming, Y. Zhang, D. Li // Geosciences Journal. – 2016. – Vol.20. – No.5. – P.667-679.
168. Zhou G.Q. Separate-ice frost heave model for one-dimensional soil freezing process / G.Q. Zhou, Y. Zhou, K. Hu, Y. Wang, X. Shang // Acta Geotechnica. – 2018. – Vol.13. – No.1. – P.207-217.
169. Ghoreishian Amiri, S.A. Constitutive model for rate-independent behavior of saturated frozen soils / S.A. Ghoreishian Amiri, G. Grimstad, M. Kadivar, S. Nordal // Canadian Geotechnical Journal. – 2016. – Vol.53. – No.10. – P.1646-1657.
170. Ghoreishian Amiri, S.A. An elastic-viscoplastic model for saturated frozen soils / S.A. Ghoreishian Amiri, G. Grimstad, M. Kadivar // European Journal of Environmental and Civil Engineering. – 2016. – P.1-17.

171. Haxaire, A. Application of a Thermo-Hydro-Mechanical Model for Freezing and Thawing. / A. Haxaire, M. Aukenthaler, R.B.J. Brinkgreve // *Procedia Engineering*. – 2017. – Vol.191. – P.74-81
172. Введение в математическое моделирование: Учебное пособие / В.Н.Ашихмин, М.Б.Гитман, И.Э.Келлер, О.Б.Наймарк, В.Ю.Столбов, П.В.Трусов, П.Г.Фрик; под ред. П.В.Трусова. – М.: Университетская книга, Логос, 2007. – 440с.
173. Zhelnin, M.S. Variational Multiscale Finite-Element Methods for a Nonlinear Convection–Diffusion–Reaction Equation / M.S. Zhelnin, A.A. Kostina, O.A. Plekhov // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. – 2020. – Vol.61. – No.7. – P.81-92.
174. Отчет о НИР «Выявление закономерностей вариации теплофизических и прочностно-деформационных характеристик горных пород в вертикальном и горизонтальном направлениях на участке Петриковского горно-обогатительного комплекса» Институт природопользования НАН Беларуси – Минск, 2013. – 230с.
175. Желнин, М.С. Экспериментальное и теоретическое исследование механических деформаций в промерзающем влагонасыщенном грунте / М.С. Желнин, А.Е. Прохоров, А.А. Костина, О.А. Плехов // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2019. – № 4. – С.19-28.
176. Желнин, М.С. Верификация термогидромеханической модели промерзания влагонасыщенного грунта на основе лабораторных экспериментов / М.С. Желнин, А.А. Костина, А.Е. Прохоров, О.А. Плехов, М.А. Семин, К.А. Агутин // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2021. – Т. 14. – №2. – С.144-158.
177. Prokhorov, A. Experimental investigation of physical and mechanical properties of processes accompanied with phase transition in water-saturated soil / A. Prokhorov, A. Kostina, M. Zhelnin, O. Plekhov // *Procedia Structural Integrity*. – 2020. – Vol. 28. – P.1579-1589.
178. Kostina, A. Creep behavior of ice-soil retaining structure during shaft sinking / A. Kostina, M. Zhelnin, O. Plekhov, I. Panteleev, L. Levin // *Procedia Structural Integrity*. – 2018. – Vol.13. – P.1273-1278.

179. Pantelev, I. Intellectual monitoring of artificial ground freezing in the fluid-saturated rock mass / I. Pantelev, A. Kostina, M. Zhelnin, O. Plekhov, L. Levin // *Procedia Structural Integrity*. – 2017. – Vol.5. – P.492-499.
180. Желнин, М.С. Численное решение обратной задачи определения объемной теплоемкости породного массива в процессе искусственного замораживания / М.С. Желнин, О.А. Плехов, М.А. Семин, Л.Ю. Левин // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2017. – №4. – С.56-75.
181. Pantelev, I. Numerical model of fluid-saturated rock mass with phase transitions as a theoretical basis for artificial ground freezing control system / I. Pantelev, A. Kostina, M. Zhelnin, O. Plekhov, L. Levin // *Geomechanics and Geodynamics of Rock Masses: Proceedings of the 2018 European Rock Mechanics Symposium*. Edited by V. Litvinenko MAY 22-26, 2018. CRC Press. 2018. pp. 1273-1278.
182. Zhelnin, M. Numerical simulation of soil stability during artificial freezing / M. Zhelnin, A. Kostina, O. Plekhov, I. Pantelev, L. Levin // *Procedia Structural Integrity*. – 2019. – Vol.17. – P.316-323.
183. Kostina, A. Numerical simulation of freezing pipe deformation during artificial ground freezing / A. Kostina, M. Zhelnin, O. Plekhov, I. Pantelev, L. Levin // *Procedia Structural Integrity*. – 2019. – V.18. – P.293-300.
184. Semin, M.A. Substantiation of technological parameters of thermal control of the frozen wall / M.A. Semin, A.V. Zaitsev, O.S. Parshakov, M.S. Zhelnin // *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*. – 2020. – Vol. 331. – No.9. – P.215-228.
185. Zhelnin, M.S. Optimization of the Passive Regime of Artificial Freezing of a Water-Saturated Rock Mass / M.S. Zhelnin, O.A. Plekhov, L.Y. Levin // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 2020. – Vol.93. – No.3. – P.685-692.
186. Zhelnin, M. Numerical simulation of cement grouting of saturated soil during a mine shaft sinking using the artificial ground freezing / M. Zhelnin, A. Kostina, O. Plekhov, L. Levin // *Procedia Structural Integrity*. – 2020. – Vol.28. – P.693-701.

187. Semin, M.A. Natural Convection in Water-Saturated Rock Mass under Artificial Freezing / M.A. Semin, L.Y. Levin, M.S. Zhelnin, O.A. Plekhov // *Journal of Mining Science*. – 2020. – Vol.56. – No.2. – P. 297-308.
188. Zhelnin, M.S. Numerical simulation of vertical shaft sinking using artificial ground freezing / M.S. Zhelnin, A.A. Kostina, O.A. Plekhov, L.Y. Levin // *E3S Web of Conferences*. – 2021. – Vol. 266. – P.03008.
189. Levin, L. Thermal monitoring of frozen wall thawing after artificial ground freezing: Case study of Petrikov Potash Mine. / L. Levin, I. Golovaty, A. Zaitsev, A. Pugin, M. Semin // *Tunnelling and Underground Space Technology*. – 2021. – Vol.107. – P.103685.
190. Zhelnin, M. Numerical analysis of application limits of Vyalov's formula for an ice-soil wall thickness / M. Zhelnin, A. Kostina, O. Plekhov, I. Pantelev, L. Levin // *Frattura ed Integrità Strutturale*. – 2019. – Vol.13. – No. 49. – P.156-166.
191. Zhelnin, M.S. Modeling the Thermal Response of a Cast-Iron–Concrete System under Active Thermal Non-Destructive Control / M.S. Zhelnin, O.A. Plekhov, L.Y. Levin // *Mathematical Models and Computer Simulations*. – 2019. – Vol.11. – No.5. – P.831–841.
192. Kostina, A. An Applicability of Vyalov's equations to ice wall strength estimation / A. Kostina, M. Zhelnin, O. Plekhov, I. Pantelev, L. Levin, M. Semin // *Frattura ed Integrità Strutturale*. – 2020. – Vol.14. – No.53. – P.394-405.